

**ESTUDIO COMPARATIVO SOBRE HEURISTICAS UTILIZADAS POR ESTUDIANTES
AL ENFRENTAR SITUACIONES ALEATORIAS
(Nivel EGB 3 y Polimodal)**

**Ana María Ruiz¹, María Inés Rodríguez², Adriana Mallea¹,
¹Universidad Nacional de San Juan ²Universidad Nacional de Río Cuarto. Argentina
anamaruiz5@hotmail.com**

INTRODUCCION

Aunque la enseñanza de la probabilidad ha estado presente en los currículos escolares en los últimos 20 años, encontramos una tendencia reciente a introducir cambios en su enseñanza, haciéndola más experimental, de modo que pueda proporcionar a los alumnos una experiencia estocástica desde su infancia.

Numerosas investigaciones sugieren que los estudiantes, aún después de instrucciones formales en la temática, no logran un razonamiento estocástico correcto cuando hacen inferencias intuitivas sobre acontecimientos inciertos. En lugar de esto, confían en reglas relativamente simples llamadas “*heurísticas*” que son las que guían sus juicios y que generalmente conducen a errores severos y sistemáticos. Con la finalidad de generar, a futuro, una ingeniería didáctica que contribuya a corregir dichos sesgos en el pensamiento probabilístico, realizamos una investigación con distintos grupos de alumnos del nivel medio, diferenciados en edad y nivel de instrucción. Nos proponemos analizar en un grupo de alumnos que han recibido una “buena capacitación” en los temas de probabilidad en el nivel secundario, qué tipos de sesgos permanecen a pesar de la instrucción recibida. Comparar estos grupos con otro de la misma edad, pero sin instrucción, permitirá analizar qué tipos de sesgos permanecen estables y cuáles no. Bajo el supuesto de que la edad está asociada al razonamiento, se comparan también dos grupos de alumnos de distintas edades, y ambos sin instrucción previa, con el fin de analizar cómo resuelven situaciones aleatorias y ver qué tipos de errores son persistentes con la edad.

FUNDAMENTACION Y MARCO TEORICO

Las investigaciones sobre el razonamiento probabilístico han tenido un papel muy importante en el campo de la psicología para describir y explicar las discrepancias observadas entre la forma en que los sujetos toman decisiones en ambiente de incertidumbre y la conducta que se esperaría en una persona que utilizase los modelos probabilísticos en estas situaciones. Las personas, generalmente, no tienen un razonamiento estocástico correcto cuando hacen inferencias intuitivas acerca de acontecimientos inciertos, ya sea porque no han aprendido nunca estas leyes, o bien por las limitaciones del cálculo mental. En lugar de esto, confían en reglas relativamente simples llamadas “*heurísticas*” las que tienen “aparente validez”, pero, aunque para muchos pueda parecer razonable seguirlas, a menudo llevan a “*sesgos*” o errores predecibles, (Kahneman D, Slovic P y Tversky A, 1982)

Existe un repertorio amplio para la clasificación de los tipos de sesgos detectados en el razonamiento probabilístico. Aunque éstos son numerosos, centramos nuestro estudio en errores asociados a tres heurísticas en particular: *representatividad*, *equiprobabilidad* y *el enfoque en el resultado aislado*.

Particularmente la heurística de *representatividad* consiste en la acción de evaluar la probabilidad de un evento basándose en la percepción de qué tan característico resulta de la población o del proceso en el cual su ocurrencia se encuentra bajo consideración. Fue introducida por D. Kahneman *et. al.* (1982) para explicar razonamientos para enfrentar situaciones de tipo aleatorio, y asocia a ella errores como el de insensibilidad al tamaño de muestra y algunas concepciones erróneas sobre las secuencias aleatorias.

La *equiprobabilidad* y *el enfoque en resultado aislado* han surgido en otros estudios sobre heurísticas y sesgos en situaciones aleatorias. La primera de ellas consiste en una aplicación indiscriminada del principio laplaciano de indiferencia: la creencia de los sujetos en la *equiprobabilidad* de todos los eventos asociados a cualquier situación aleatoria (Lecoutre, 1992). La segunda aparece en la interpretación de probabilidades como creencia de que éstas miden la ocurrencia de eventos en la realización de un sólo experimento, es decir, interpretando a la probabilidad en un *enfoque de resultado aislado* (Konold, 1989). El recurso a esta heurística omite en parte la naturaleza probabilística, como viene a ser la estabilidad a la larga. En contraparte se tiende a buscar explicaciones causales en lugar de aleatorias a resultados inesperados y a la variabilidad de los fenómenos aleatorios.

DESCRIPCION DEL ESTUDIO

La población con la que se trabaja está constituida por los estudiantes de nivel secundario de escuelas de la provincia de San Juan de, gestión estatal y privada, y de colegios dependientes de la universidad. La muestra obtenida fue de 332 casos dividida en tres grupos: Grupo 1 (n=121), alumnos de 14-15 años y sin instrucción previa en temas de probabilidad; Grupo 2 (n=104) alumnos de 17-18 años y con instrucción previa, y Grupo 3 (n=107) alumnos de 17-18 años y sin instrucción

Los datos se obtuvieron de la toma de aplicación a los estudiantes de un cuestionario, adaptación del que usaron en sus investigaciones Serrano y otros (1998) y que se adjunta en el Anexo. El cuestionario consta de 8 enunciados de tipo abierto (ítems) relacionados con situaciones en las que interviene el azar. El alumno debe responder eligiendo una de las respuestas que se proponen y, además, debe justificar su elección. Si bien nuestro interés está centrado precisamente en las razones del alumno para elegir una u otra respuesta, en este trabajo analizamos solamente las diferencias observadas respecto a los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas en los grupos y sus comparaciones.

El cuadro I muestra los objetivos de cada ítem, esto es, relaciona cada uno de los ítems con el tipo de sesgo o heurística involucrado, que se intenta detectar

Cuadro I: Objetivos de los ítems del cuestionario escrito

Sesgo o heurística por detectar	Ítems
Heurística de representatividad	1,2,3,4
Sesgo de equiprobabilidad	4,5,6,7,8
Sesgo enfoque en el resultado aislado	1,2

El primer ítem ha sido diseñado para evaluar si los estudiantes usan la heurística de representatividad en sus juicios sobre la probabilidad de obtener diferentes sucesiones de resultados en el lanzamiento de una moneda. Si bien desde el punto de vista normativo todas las opciones tienen la misma probabilidad, los estudiantes podrían inclinarse por una opción específica guiados por la heurística de la representatividad

El siguiente ítem sirve como control para el anterior y permite confirmar el tipo de razonamiento empleado. Konold (1989) sugiere que algunos estudiantes pueden dar respuesta correcta a los ítems 1 y 2 usando el razonamiento del resultado aislado, lo que se reflejaría en sus argumentaciones. Los que comprenden la idea de la independencia y consideran los resultados equiprobables elegirán simultáneamente la respuesta correcta a los ítems 1 y 2. Una respuesta correcta en el ítem 1 e incorrecta en el ítem 2 indicaría el empleo del enfoque en el resultado aislado, mientras que una respuesta incorrecta a los dos ítems indicaría el uso de la heurística de la representatividad. Por lo tanto, es importante contrastar conjuntamente las respuestas a los ítems 1 y 2, así como las razones que apoyan a las respuestas.

El ítem 3 es una adaptación del usado por Kahneman (1982) para comprobar si los estudiantes aprecian la variabilidad en las muestras pequeñas. Este es un caso especial de la heurística de la representatividad referida a la ley de los pequeños números, porque la gente tiende a juzgar las muestras pequeñas como igualmente representativas que las grandes. El ítem 4 explora las intuiciones alrededor de la distribución binomial, esperándose, que estudiantes que recurren a la heurística de representatividad hagan una elección correcta pero argumentando incorrectamente.

Algunos de los ítems se utilizan para comprobar si se tiende a usar el sesgo de equiprobabilidad, Lecoutre (1992). Las respuestas incorrectas: d) en el ítem 4, a) en el ítem 5, d) en los ítems 6 y 7, y e) en el ítem 8 corresponderían al sesgo de equiprobabilidad. Además, se espera que la heurística de equiprobabilidad aparezca en más de uno de los ítems del cuestionario como guía para salir de la incertidumbre causada en el estudiante.

RESULTADOS Y SU DISCUSION

Presentamos en las tablas siguientes los porcentajes de respuestas correctas (probabilidad de éxito) para los grupos G2 y G3 (Tabla 1) y G1 y G3 (Tabla 2), por cada ítem del cuestionario. Con la finalidad de medir cuán significativas son las diferencias observadas de estos porcentajes en los grupos experimentales se calcula para cada ítem los cocientes de chance (Odds ratio). Esta es una medida de asociación entre dos variables categóricas medidas en una escala nominal (Fleiss, 1981-1994). Se define como chance (Odds), el cociente de probabilidad de éxito sobre el fracaso ($\pi/1-\pi$). Es una relación de probabilidades definida en la misma población. El cociente de chance (Odds ratio, ϕ) es el cociente entre Odds de dos poblaciones, por ejemplo P1 y P2, y se define con probabilidades teóricas como:

$$\phi = \text{OddsP1} / \text{OddsP2} \quad \text{con} \quad \text{OddsP1} = \pi_1 / 1 - \pi_1 \quad \text{y} \quad \text{OddsP2} = \pi_2 / 1 - \pi_2$$

Si $\phi=1$ entonces es claro que $\pi_1 = \pi_2$ y en consecuencia no existen diferencias significativas entre estos porcentajes en las poblaciones y un intervalo de confianza (IC) para el Odds ratio poblacional contendrá la unidad.

Tabla 1: Número y Porcentaje de respuestas correctas, cocientes de Chances e intervalos de confianza por Grupo según Item

ITEM	RESPUESTAS CORRECTAS Por Grupo		ODDS RATIO(G2/G3)	INTERVALO DEL 95% DE CONFIANZA
	Con Instrucción (G2)	Sin Instrucción (G3)		
1	87 (83,65%)	71 (66,36%)	2,59	1,35-4,97
2	81 (77,88%)	68 (63,55%)	2,02	1,10-3,69
3	16 (15%)	19 (17,76%)	0,84	0,41-1,73
4	46 (44%)	37 (34,58%)	1,50	0,86-2,61
5	20 (19%)	24 (22,43%)	0,82	0,43-1,59
6	13 (13%)	19 (17,76%)	0,66	0,31- 1,40
7	23 (22%)	45 (42,46%)	0,39	0,22-0,71
8	29 (28%)	26 (24,30%)	1,20	0,65-2,22

Tabla 2: Número y Porcentaje de respuestas correctas, cocientes de Chances e intervalos de confianza por Grupo según Item

ITEM	RESPUESTAS CORRECTAS Por Grupo		ODDS RATIO(G1/G3)	INTERVALO DEL 95% DE CONFIANZA
	Menor sin instrucción (G1)	Mayor sin instrucción (G3)		
1	75 (61,98%)	71 (66,36%)	0,83	0,48-1,42
2	62 (51,24%)	68 (63,55%)	0,60	0,36-1,02
3	20 (16,53%)	19 (17,76%)	0,92	0,46-1,81
4	35 (28,93%)	37 (34,58%)	0,77	0,44-1,34
5	24 (19,83%)	24 (22,43%)	0,86	0,45-1,61
6	20 (16,53%)	19 (17,76%)	0,92	0,46- 1,81
7	44 (36,36%)	45 (42,46%)	0,79	0,46-1,34
8	29 (19,83%)	26 (24,30%)	0,77	0,41-1,44

Es notable la dificultad general del cuestionario, incluso para los estudiantes instruidos, ya que sólo para los ítems 1 y 2 los porcentajes de respuestas correctas superan el 60 por ciento, aproximadamente.

Como puede observarse en la Tabla 1, los cocientes de chance nos muestran que sólo para los ítems 1, 2 y 7, las chances son estadísticamente diferentes (i.e. IC no incluyen al valor 1). Así, para el ítem 1 la chance de un estudiante de responder bien dado que ha recibido instrucción es 2,59 veces mayor que la chance de contestar bien si no ha recibido instrucción. Para el ítem 2, es 2,02 veces mayor, mientras que para el ítem 7 la chance de contestar bien es menor para los que recibieron instrucción. Por lo tanto, para este ítem la instrucción no ha sido favorable. El ítem más difícil para ambos grupos fue el 6, seguidos del 3 y el 5. Las concepciones sobre las secuencias aleatorias y las probabilidades binomiales no parecen haber sido favorecidas por la enseñanza.

Además, los estudiantes sin instrucción tuvieron porcentajes más altos de respuestas correctas a los ítems 5, 6 y 7. Como consecuencia, deducimos un empeoramiento en el sesgo de la equiprobabilidad con la instrucción.

Los resultados de la Tabla 2 evidencian que no se observan mejoras en el razonamiento probabilístico con la madurez, ambos grupos responden de manera similar ante las situaciones planteadas. Como resultado general, no se obtuvieron diferencias significativas entre los grupos de edades diferentes.

ERRORES DETECTADOS

Si bien un gran porcentaje de alumnos (aproximadamente 70%) dio una respuesta correcta simultáneamente a los dos primeros ítems sobre lanzamiento de una moneda, no necesariamente manifiestan en sus argumentos tener una concepción correcta sobre las secuencias de resultados en una serie corta de ensayos. Por otro lado, aproximadamente el 10% de los alumnos que dieron la respuesta correcta en el ítem 1, dieron respuesta incorrecta en el ítem 2. Un resultado también señalado por Konold (1993) en sus estudios previos, lo que en opinión de estos autores, indicaría en estos alumnos el enfoque en el resultado aislado. El porcentaje de los estudiantes que cambió su respuesta de correcta en el ítem 1 a incorrecta en el ítem 2 fue más alto en las investigaciones de Konold (1989) y de Serrano y otros (1998), que en nuestro estudio.

El porcentaje de estudiantes que dio simultáneamente una respuesta correcta a los ítems 1, 2 y 4 fue solo aproximadamente del 22%, lo que sugiere que, incluso aunque los estudiantes consideran equiprobables los resultados del experimento aleatorio compuesto, su capacidad combinatoria no es suficiente para utilizarla en la evaluación de probabilidades binomiales. La respuesta correcta al ítem 4 puede obtenerse también mediante un razonamiento incorrecto basado en la heurística de la representatividad. Para evaluar el porcentaje de estudiantes que razona consistentemente según esta heurística, basta evaluar el porcentaje de estudiantes que elige respuestas incorrectas al ítem 1 y 2 y dan una respuesta correcta en el ítem 4. Este porcentaje fue del 16,07%, que correspondería a los alumnos que, en nuestra opinión, usan en su razonamiento la heurística de la representatividad. En los estudios de Serrano y otros este porcentaje fue un poco mayor.

Basándonos en la respuesta al ítem 3, encontramos en bastantes estudiantes (casi el 80%) la creencia en la estabilidad de las frecuencias. Esto sugiere que la “ley de los pequeños números”, aspecto de la heurística de la representatividad, sería un sesgo muy extendido entre este grupo de estudiantes.

La dificultad de los estudiantes en los ítems 5 y 6 no indica necesariamente el sesgo de equiprobabilidad, porque un porcentaje alto de estudiantes eligen la respuesta “es imposible saberlo”, que posiblemente indicaría el enfoque en el resultado aislado. No obstante un gran número de ellos parecen mostrar el sesgo de equiprobabilidad.

Finalmente indicamos que sólo “un” estudiante con instrucción dio respuesta correcta a todos los ítems, mostrando un razonamiento combinatorio suficiente y un razonamiento combinatorio probabilístico adecuado. Ello señala la gran dificultad de las tareas probabilísticas, incluso al finalizar el aprendizaje de la probabilidad en la secundaria, por lo que los alumnos que ingresan en los cursos de estadística en los primeros años de universidad pudieran tener una serie de creencias erróneas sobre el comportamiento del azar que dificultaría notablemente su comprensión de la inferencia estadística.

CONCLUSIONES

Aunque la instrucción formal reduce la proporción de estudiantes que sostienen conceptos erróneos, un número sustancial de estudiantes con entrenamiento formal continúa teniéndolos. Como consecuencia, es sumamente necesario realizar ingenierías didácticas tendientes a superar las concepciones erróneas de los estudiantes ya que las metodologías utilizadas hasta el momento no han contribuido a ello.

ANEXO

CUESTIONARIO

Ítem 1: ¿Cuál de las siguientes sucesiones es **más** probable que resulte al lanzar una moneda al aire 5 veces?:

a) CCCXX; b) XCCXC; c)XCXXX; d) CXCXC; e) las cuatro sucesiones son igual de probables. ¿Por qué has dado esta respuesta?

Ítem 2: ¿Cuál de las siguientes sucesiones es **menos** probable que resulte al lanzar una moneda al aire 5 veces?:

a) CCCXX; b) XCCXC; c)XCXXX; d) CXCXC; e) las cuatro sucesiones son igual de probables. ¿Por qué has dado esta respuesta?

Ítem 3: En el hospital de cierta ciudad se registra el número de niños y niñas recién nacidos. ¿Cuál de los siguientes casos te parece más probable?:

- a) que en los próximos 10 nacimientos 8 o más recién nacidos sean varones;
- b) que en los próximos 100 nacimientos 80 o más recién nacidos sean varones;
- c) las dos situaciones anteriores a) y b) son igual

Ítem 4: SI observamos los siguientes 10 nacimientos, ¿Qué te parece más probable?:

- a) la fracción de varones será mayor o igual a $7/10$;
- b) la fracción de varones será menor o igual a $3/10$;
- c) la fracción de varones estará comprendida entre $4/10$ y $6/10$;
- d) las tres opciones anteriores a), b) y c) son igual de probables.

Indica porqué das esta respuesta

Ítem 5: Cuando lanzamos dos dados (no cargados) simultáneamente:

- a) ¿Es igual la posibilidad de obtener un 5 y un 6, que de obtener dos veces el número 5?
- b) ¿Hay más posibilidades de obtener un 5 y un 6 que de obtener dos veces el número 5?;

c) ¿Hay menos posibilidades de obtener un 5 y un 6 que de obtener dos veces el número 5?

d) Es imposible saberlo

Comenta como razones tu respuesta.

Item 6: Cuando lanzamos simultáneamente tres dados (no cargados), cuál de estos resultados es más fácil que ocurra?

a) Obtener un 5, un 3 y un 6;

b) Obtener dos veces el 5 y una vez el 3;

c) obtener tres veces el número 5;

d) Todos estos resultados son igualmente probables,

e) Es imposible saberlo

Item 7: ¿Es alguna de las afirmaciones a), b) o c) del punto anterior menos probable que las otras?

Item 8: Una ruleta está dividida en cinco áreas iguales, numeradas del 1 al 5. ¿Cuál de los siguientes resultados es más probable que ocurra al girar la ruletas tres veces?

a) 2,1,5, en este orden exactamente;

b) 2,1,5, en cualquier orden;

c) 1,1,5, en cualquier orden;

d) las opciones a) y b) son igual de probables;

e) las opciones a), b) y c) son igual de probables

BIBLIOGRAFIA

1. Agresti, A. (2002) *Categorical Data Analysis*. 2nd edition. New York: Wiley.
2. Brown, H., and Prescott, R (2004). *Applied Mixed Models in Medicine*. New-York: John Wiley & Sons. pp 44-45
3. Fleiss, J.L. (1981) *Statistical Methods for Rates and Proportions*. 2nd Edition New- York. NY Wiley.
4. Fleiss, J.L. (1994) Measures of effect size for categorical data. En H. Cooper y L.V. Hedges, eds. *Handbook of Research Synthesis*, pp.245-60. Nueva York. NY Russel sage Fondation
5. Kahnemann, D., Slovic, P. y Tversky, A. (1982). *Judgement under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge University Press.
6. Konold, C. (1989). Informal Conceptions of Probability. *Cognition and Instruction*. Vol. 6. pp. 59-98.
7. Lecoutre M.P., (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely" random situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
8. Serrano, L., Batanero, C., Ortiz, J. J. y Cañizares, M. J. (1998). Heurísticas y sesgos en el razonamiento Probabilístico de los estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*. 10(1). pp. 7-26.