

Problemas y Soluciones

Coordinador: Leandro R. Cagliero, colaboración de Daniel Penazzi

Invitamos a los lectores a proponer nuevos problemas para compartir y a enviar soluciones. Los problemas propuestos deben ser acompañados de una solución y de cualquier comentario que crean apropiado.

Los problemas y soluciones pueden ser enviados por correo a la dirección de la REM o preferentemente por correo electrónico a revm@mate.uncor.edu en un archivo de algún procesador de textos.

PROBLEMAS PROPUESTOS

Racional-Irrracional

Problema 1.

Dividamos el número $(251)^{88.046.055.167.070}$ por 470, obteniendo cociente q y resto r :

$$(251)^{88.046.055.167.070} = (470)q + r$$

Sea $a_n = r + (470)n$. Probar que existe n natural tal que $\sqrt[n]{a_n}$ es racional pero $\sqrt[5]{a_n}$ no.

Hipotenusas

Problema 2

Forme un número a escribiendo 2 un número par de veces (digamos $2r$ veces), y reste el número b formado escribiendo 4 la mitad de las veces. (es decir, r veces). Por ejemplo, con $r = 2$: $2222-44=2178$.

En este caso, $\sqrt{2178}$ es la hipotenusa del triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 33. Probar que esto pasa para todo r , es decir, si a y b son construídos como se indica, entonces $\sqrt{a-b}$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles.

Piratas

Problema 3.

Un grupo de piratas divide una bolsa de monedas de oro.

El capitán escuchó en algún lado que conviene que cada pirata reciba “un porcentaje” de las monedas, y no entendiendo bien como es la cosa, decidió hacer lo siguiente:

El capitán dividió las monedas en cien partes iguales, observando que le sobra una moneda.

Se queda con esa moneda más una de las partes. (“UN porcentaje”). El segundo a bordo divide lo que queda en 100 partes iguales, observando que sobran ahora dos monedas.

Se queda con esas dos monedas más una de las partes.

El tercer oficial divide lo que queda en 100 partes iguales, observando que le sobran 3 monedas.

Toma esas 3 monedas más una de las partes. Y así siguen: el i -ésimo pirata en elegir divide las monedas que quedan en 100 partes, observa que le sobran i monedas, se queda con esas i monedas más una de las partes. Esto les pasa a todos los piratas, salvo el último, que simplemente toma todas las monedas que quedan. Al comparar, resulta que todos los piratas se han quedado con la misma cantidad de monedas. ¿Cuántas monedas y cuántos piratas hay?