

# Problemas y Soluciones

Coordinador: Leandro R. Cagliero

Invitamos a los lectores a proponer nuevos problemas para compartir y a enviar soluciones. Los problemas propuestos deben ser acompañados de una solución y de cualquier comentario que crean apropiado.

Los problemas y soluciones pueden ser enviados por correo a la dirección de la REM o preferentemente por correo electrónico a revm@mate.uncor.edu en un archivo de algún procesador de textos.

## PROBLEMAS PROPUESTOS

### Sucesiones casi Cauchy

#### Problema 1.

Recordemos que una sucesión de números reales  $\{a_n\}$  es de Cauchy si

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sup_{N < m, n} |a_m - a_n| = 0.$$

En este problema decimos que una sucesión de números reales  $\{a_n\}$  es *casi Cauchy* si

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \max_{N < m, n < 2N} |a_m - a_n| = 0$$

¿Es verdadero o falso que toda sucesión casi Cauchy es convergente?

### Matrices hermitianas

#### Problema 2.

Si  $A$  es una matriz  $n \times n$  con entradas complejas, denotamos con  $|A|$  la matriz  $n \times n$  tal que  $(|A|)_{ij} = |A_{ij}|$ . ¿Para qué valores de  $n$  es verdadera la siguiente afirmación?

*Si  $A$  es una matriz  $n \times n$  hermitiana y semidefinida positiva, entonces  $|A|$  es también una matriz hermitiana y semidefinida positiva.*

## Funciones aritméticas

### Problema 3.

Una función aritmética  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C}$  se dice *completamente multiplicativa* si  $f(ab) = f(a)f(b)$  para todo par de números naturales  $a, b$ . Demostrar que  $f$  es completamente multiplicativa si y sólo si

$$\sum_{ab=n} f(a)f(b) = \delta(n)f(n), \text{ para todo } n \in \mathbb{N},$$

donde  $\delta(n)$  es la cantidad de divisores naturales de  $n$ .