LA FRACCIÓN COMO OPERADOR. Un complejo concepto elemental

Autores: Rocerau, Maria C.; Vilanova, Silvia; Valdez, Guillemo; Oliver, Maria I; Vecino, Maria Susana; Vivera, Carolina .

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales-UNMDP

rocerau@mdp.edu.ar **moliver@mdp.edu.ar**

Fracciones Un breve recorrido…….

De un modo acorde al que los números naturales en su historia están ligados a la necesidad de "contar" colecciones finitas de objetos de diversos conjuntos, encontramos a los números racionales vinculados a la necesidad de "medir" longitudes, áreas, tiempo……

En una primera instancia la idea de medir está relacionada con la de "contar", dado que, fijada una "unidad de medida", se compara ésta con el objeto que se desea medir, es decir "se cuenta" la cantidad de veces que esta unidad cabe en él. Pero esta cantidad de veces no siempre se puede representar con números naturales, ellos no son suficientes y se requiere de la partición de las unidades. Se introducen sub-unidades, que se obtienen dividiendo a la unidad original en un número "*n*" de partes iguales. Si una cantidad fijada contiene "*m*" de estas sub-unidades, a su medida se la representa con la fracción $\frac{m}{n}$.

Se tiene conocimiento, a través del descifrado de papiros como el de Rhind y el de Golenischev, que en una época que se remonta aproximadamente al siglo XIX a. C. los egipcios empleaban un sistema decimal aditivo y hacían tratamiento de las fracciones de un modo interesante. Problemas del tipo "repartir 2 panes entre 5 personas", que se encuentran en el papiro, dan la idea de que no era posible continuar sólo con los números naturales. Ellos operaban casi exclusivamente con fracciones de numerador uno, con unas pocas excepciones como $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ aunque sabían descomponerlas en fracciones unitarias, costumbre que perduró durante muchos años. En el papiro no consta cómo obtenían la descomposición de una fracción en fracciones unitarias, pero hay tablas en las que se encuentran, por ejemplo, 49 fracciones de numerador 2 y denominador impar desde 5 hasta 101 transformados en suma de fracciones unitarias.

En la matemática Griega, la magistral obra de Euclides, "Los elementos" (aprox. 300 años a.C.) trata, en el libro V, el concepto de proporción (fracciones equivalentes). De su lectura se desprende que "número" significaba "número natural" y fracción era una razón entre dos números naturales. En esta obra se encuentran los llamados "libros aritméticos" (VII a X) contando el libro VII, entre sus definiciones: *una unidad es aquello por lo cual cada una de las cosas existentes se dice "uno" y número es una colección de unidades.*

Los hindúes usaban los números fraccionarios escribiendo el numerador encima del denominador pero sin la raya de fracción, que recién aparece en Europa cuando los árabes introducen allí la notación india. La notación actual es del 1200 y se debe a Fibonacci.

Despojados los números fraccionarios de su función práctica, que los vincula a la medida, los encontramos con su carácter abstracto, puramente matemático, como solución de un obstáculo aritmético: hacer posible la división entre números enteros sin más restricciones que la división por cero.

En los documentos curriculares de la Provincia de Buenos Aires encontramos que: *Los matemáticos, en el siglo XIX, sistematizaron lo producido hasta ese momento sobre fracciones y expresiones decimales bajo el llamado conjunto de los Números Racionales. Este nuevo estatus del conocimiento ha permitido estudiar nuevas relaciones, generar nuevas preguntas y ampliar los recursos hasta allí disponibles.*

Este breve recorrido por la historia, nos muestra que la humanidad no podía dar respuesta a problemas de la vida diaria sólo con los números naturales…, y que han pasado milenios hasta que, por ejemplo el símbolo de la fracción, pudiera ser propiedad de gran parte de la sociedad.

A pesar de que son conceptos básicos incluidos desde siempre en los contenidos curriculares y de su potencialidad para ser aplicado a diversidad de situaciones, se observan dificultades en su aprendizaje que perduran en el tiempo. En este sentido y por mencionar sólo uno de diversos autores que se han preocupado por el aprendizaje de estos conceptos, la matemática Emma Castelnuovo señalaba, hace más de 40 años, en su "Didáctica de la matemática moderna": *Es notable, para quien enseña, cómo uno de los conceptos que resultan más difíciles al alumno es el de fracción.* Además la autora analiza las principales causas de dificultades que encierra el concepto de fracción, errores comunes y realiza recomendaciones para su enseñanza similares a las que realizan otros autores de relevancia en el área de la educación matemática. Este tipo de recomendaciones se encuentra presente en los diseños curriculares actuales, acompañados de una variada e interesante propuesta de actividades adecuadas y articuladas a cada año de enseñanza de la escuela primaria.

UNA DIFICULTAD NOS MOTIVA…

A partir de la experiencia que los miembros de nuestro equipo tenemos como jurados en Olimpíadas de Matemática, como coordinadores y evaluadores en el curso de Matemática del ingreso a la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Mar del Plata y como responsables del diseño y corrección de las pruebas de selección para cubrir cargos administrativos en nuestra Universidad, hemos notado una persistencia de similares dificultades en torno del concepto de fracción. Es así como surge la idea de explorar de qué manera, individuos con diferentes características en cuanto a su edad, nivel de formación y experiencia, resuelven un mismo problema cuya solución puede obtenerse mediante el uso de conceptos matemáticos elementales. Los resultados de esta exploración se muestran en este trabajo.

> **El problema :**
>
> ***"Sobre la mesa hay una torta. Entra Karen y come la quinta parte. Después entra Camila y come la quinta parte de lo que quedaba. Por último entra María y come la quinta parte de lo que quedaba. ¿Es verdad que sobró más de la mitad de la torta?"*** **(XVI Olimpiada Provincial Ñandu)**

fue extraído de uno de los niveles de una competencia final de las Olimpíadas Matemáticas Ñandú, en la que participan alumnos de aproximadamente 10 años de edad.

El mismo problema se incluyó en una evaluación escrita para el ingreso a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP y también formó parte de una prueba escrita de Matemática destinada a seleccionar personal para cubrir cargos no docentes dentro de la Universidad.

Dado que las resoluciones sobre las que realizamos la exploración pertenecen a grupos de personas con características diferentes, haremos una breve descripción de los mismos:

<u>Niños</u>: son alumnos de diversas localidades de la Provincia de Buenos Aires que, cuando resolvieron el problema, cursaban el quinto año de escolaridad y se encontraban compitiendo en una instancia final de Olimpíada Matemática Ñandú. Dado que estas competencias culminan con selección de campeones, están compuestas por problemas de elevada dificultad para el grupo participante.

Fueron analizadas 105 pruebas.

<u>Aspirantes a ingresar a una facultad de Ciencias (INGR)</u>: son alumnos del curso de ingreso a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP, por lo tanto han completado, como

mínimo, los doce años de escolaridad. Disponen de un programa sobre el que serán evaluados y material de trabajo en los que se encuentran, entre otros temas, números reales, ecuaciones, magnitudes, funciones y trigonometría. Para ingresar, tienen la opción de promocionar realizando un curso de tres meses de duración y aprobando dos exámenes parciales o bien rindiendo y aprobando un examen global de Matemática. El problema que analizamos en este trabajo se incluyó en el segundo parcial de los alumnos que optaron por realizar el curso.

Se analizaron 168 evaluaciones

Aspirantes a cargos administrativos (ADM): son personas mayores de edad, que poseen como mínimo título secundario y se presentaron a las pruebas de selección para cubrir cargos administrativos en la UNMDP. Los integrantes de este grupo, fueron provistos de un temario con los contenidos en los que serían evaluados entre los que se encuentran, números reales, ecuaciones, porcentaje, etc.

Se analizaron 84 pruebas.

EN LOS REGISTROS OBSERVAMOS…

Los “recursos” según A. Schoenfeld, son el cuerpo de conocimiento, de hechos, procedimientos y proposiciones que el individuo posee y es capaz de traer en una situación matemática particular. Surge pues, en una primera mirada de las resoluciones o intentos de resoluciones del problema estudiado, la siguiente clasificación según algunos recursos utilizados:

- **R1**: Utilizar sólo una representación pictórica. Es decir que en un dibujo hecho a mano alzada se encuentra todo el desarrollo que conduce a la respuesta, sea esta correcta o no. En estos casos no se observa desarrollo aritmético ni algebraico.
- **R2**: Desenvolverse en un campo aritmético o algebraico para resolver el problema y utilizar representaciones gráficas de modo de familiarizarse con el mismo.
- **R3**: Recurrir exclusivamente al campo algebraico o aritmético sin registro de representaciones gráficas.

Teniendo en cuenta esta clasificación y si la resolución es correcta (B), incorrecta (M) o el problema está sin resolver (S/R), surge el siguiente cuadro:

	R1 (%)		R2(%)		R3(%)		S/R
	B	**M**	**B**	**M**	**B**	**M**	
NIÑOS	**1,9**	19,04	**13,33**	22,85	**7,61**	24,76	10,4
INGR			**0,59**	2,98	**27,97**	51,79	16,66
ADM.		1,19	**2,38**	9,52	**21,42**	60,7	4,76

Algunos resultados, según cada grupo:

- **Niños:** En aproximadamente el 21% interpretación, desarrollo y solución, correctos o no, se encuentran totalmente contenidos en el dibujo, es decir son característicos del grupo R1. La confianza en el dibujo, propia de esta edad, condujo a la mayoría a conclusiones erróneas. Solo un 2 % presenta interpretaciones y soluciones correctas.(Anexo: NIÑOS 1 - NIÑOS 2)

El 36% de los niños utiliza las imágenes como soporte para la resolución aritmética, correcta o no, del problema (R2), observándose, con pequeñas variantes:

-Suponer a la torta divida en "125" porciones, quitar su quinta parte y continuar de esta forma los cálculos, hasta concluir que comieron 61 (de las 125) o sea quedó mas de la mitad.

-Imaginar una torta circular de 360º, pensar que el primero come la parte de 72º,….concluir correctamente. (Anexo: NIÑOS 3)

- Asignar un determinado perímetro a la torta y proceder en forma similar a la anterior.

- Asignar a la torta una forma rectangular con un largo determinado e ir dividiéndolo en quintos…

- Pensar en una torta de 100 gramos y continuar con el procedimiento

En el 32 % de las producciones, correctas o no, encontramos interpretación y resolución aritmética con ausencia de gráficos (R3). Vemos, por ejemplo:

- Si 5/5 es la torta, 5/5 -1/5=4/5 es lo que queda después que comió el primero, luego 20/25-4/25=16/25 es lo que resta después que comió el segundo y finalmente 80/125-16/125= 64/125 es lo que queda después que comió el tercero, concluyendo que queda más de la mitad, pues 125:2 = 62,5. (Anexo: NIÑOS 4)

- Algunos niños inteligentemente con ayuda tal vez de intuición, tal vez de la calculadora…., eligieron iniciar con "un número feliz de porciones" como 125, para facilitar la resolución. (Anexo: NIÑOS 5)
- Se registró un caso que pone de manifiesto una increíble claridad conceptual, teniendo en cuenta la edad de su autor, quien en síntesis lo que dice es:

  1 + 0,8 + 0,64 = 2,44, es lo que comieron y que 5-2,44 es lo que resta.

  Anexo: NIÑOS 6)

- **INGR:** En este grupo no se registró ningún caso de resolución gráfica pura (R1). Se observan muy pocos casos en los que aparece un pequeño bosquejo que seguramente sirvió de soporte (R2), los restantes registran solo el uso de desarrollos aritméticos y algebraicos (R3). Sin embargo, tratándose de personas que aspiran a ingresar a una facultad de ciencias, llama la atención que el 72 % no pudo resolverlo correctamente.

En las formas de resolución encontramos, con diferentes matices, las siguientes:

Pensar la torta como:

- el 100% y proceder al reparto indicado ó cortada en 100 porciones y continuar con el procedimiento ó circular de 360º y…..(Anexo: ING 1 – ING 4)
- Armar una correspondencia del tipo $T\ \ v\ =\left(1-\frac{1}{5}\right)^{v}$ o similar donde *v* representa la cantidad de veces que se sirvieron. (Anexo: ING 2)
- Expresar la torta como la unidad (1 T) y efectuar cálculos como $1T-\frac{1}{5}T=\frac{4}{5}T \quad \frac{4}{5}T-\left(\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}\right)T=\frac{16}{25}T \quad ó$ ……..(Anexo: ING 3)
- Resulta llamativo que en <u>más de la mitad</u> de las resoluciones incorrectas (el 51,7%), se comete el error de pensar que todas las quintas partes mencionadas en el problema son iguales, con lo que concluyen que quedan $\frac{2}{5}$, menos de la mitad de la torta. ..(Anexo: ING 5)
- En otros casos (14 %) se observa dificultad para expresar y calcular la última porción que se retira. (Anexo: ING 6)
- Por otra parte, hay un pequeño grupo (el 3%), que obtiene correctamente el total consumido por los tres, pero interpreta incorrectamente esta cantidad pues la considera como lo que queda de la torta. (Anexo: ING 7)

- En el resto de las resoluciones se observan errores aislados como por ejemplo:

$\frac{1}{5}x+\frac{1}{5}x+\frac{1}{5}x=\frac{1}{2}$, $\quad \frac{1}{2}x=\frac{1}{5}x+(x-\frac{1}{5})+(x-\frac{2}{5})$, $\quad \frac{1}{5}.\frac{1}{5}.\frac{1}{5}x=\frac{1}{125}=8.10^{-3}<0,5$

- **ADM:** Con respecto a los recursos utilizados, se presenta un sólo caso con interpretación y resolución basadas exclusivamente en el dibujo (R1), cuya conclusión es errónea. El 12%, aproximadamente, emplea un grafico para acompañar la resolución (R2) y el resto se mueve en un campo aritmético o algebraico (R3).

En cuanto a los resultados generales de este grupo, encontramos que casi un 5% no lo resuelve, que más del 70% lo resuelve incorrectamente y, dentro de estos, más de la mitad comete el error de pensar que todas las quintas partes mencionadas en el problema son iguales. (Anexo: ADM 1– ADM 2)

Las formas de resolución son similares a las observadas en los aspirantes al Ingreso a la Universidad, aunque con predominio de lo aritmético sobre lo algebraico:

- Pensar la torta como el 100% y proceder al reparto indicado.

-Considerar a la torta como la unidad y proceder $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5} \qquad \frac{4}{5}-\left(\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}\right)=\frac{16}{25} \quad \cdots$

CONSIDERACIONES FINALES:

> *Nos parece que las dificultades que se encuentran en el concepto de fracción como operador sobre una magnitud son debidas al hecho de que la fracción* $\frac{m}{n}$ *lleva a fijar la atención, al mismo tiempo, sobre tres actos operativos: dividir en n partes el entero, tomar m de esas partes y considerarla respecto al entero*. (E. Castelnuovo)

En la resolución de este problema es clave el concepto que se tenga de *operador*, ya sea éste correcto, erróneo o incompleto. En este caso el primer quinto *opera* sobre una magnitud, el segundo *opera* sobre el resultado de esa aplicación y el tercero sobre este último resultado.

En todos los grupos aparece el error de interpretar que todas las quintas partes son del mismo entero (la torta) y, por lo tanto, lo que queda son dos quintos de la torta, es decir, centran su atención en un número de partes iguales sin ver que el entero no es siempre el inicial. En los niños podemos atribuirlo a la complejidad del problema para su edad, ya que es un concepto que está en proceso de construcción. Sin embargo, sería de esperar que el concepto de *operador* esté presente en un adulto que completó doce años de escolaridad y aspira a ingresar a una facultad de ciencias, no obstante más de la mitad de los ingresantes que resuelve mal el problema, comete este error. Situación que se reitera en el grupo ADM

El hecho de ser este error el que mayor cantidad de veces se reitera en los tres grupos, nos lleva a reflexionar sobre algunos aspectos:

¿El origen de estas dificultades estará vinculado a deficiencias a nivel currículo prescripto?

Pareciera que no, ya que en los documentos curriculares aparecen no solo estos contenidos, sino que están acompañados de adecuadas recomendaciones y algunas actividades imprescindibles para su enseñanza y su aprendizaje.

Por ejemplo en el Diseño Curricular para Educación Primaria de la Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, encontramos recomendaciones del tipo:

> *En el primer ciclo los alumnos/as se han enfrentado a unos primeros problemas que involucran el uso de fracciones (medios y cuartos) ….*
>
> *…..El inicio del estudio de estos números en 4º exige recuperar aquellas cuestiones que pudieron ser abordadas con anterioridad….*
>
> *….El estudio de los números racionales supone presentar una gama muy variada de situaciones que permiten a los alumnos/as identificar sus diferentes usos y sentidos. …. la relación entre la unidad y el objeto a medir……*
>
> *………..Algunos problemas exigen establecer cuál es el entero conociendo una parte del mismo. Si por ejemplo, un segmento dado es 2/5 de un entero, se deberá establecer que la mitad de dicho segmento es 1/5 del entero… .*

¿Las dificultades estarán entonces relacionadas con la implementación curricular?

A partir las resultados obtenidos podemos suponer que las dificultades que muestra el grupo de niños de escuela primaria en la resolución de este problema, no son superadas al concluir la educación secundaria ya que se siguen haciendo evidentes en los grupos de alumnos aspirantes a ingresar a una facultad de ciencias y en los adultos aspirantes a obtener un cargo administrativo en la universidad.

Si como señaláramos antes el origen de las dificultades parece no estar en los contenidos curriculares y sugerencias metodológicas prescriptas, podemos pensar que es en el nivel de la ejecución curricular donde se originan. Sin embargo, por la complejidad que implica esta implementación, por ser un “cruce de prácticas” de distintos actores tal como señala Gimeno Sacristán, no es sencillo analizar los orígenes de estas cuestiones.

Una de estas causas puede estar vinculada con el conocimiento y las concepciones implícitas de los docentes sobre el contenido, su enseñanza y su aprendizaje. Diversas investigaciones muestran que los docentes adaptan los nuevos currículos a fin de compatibilizarlos con sus ideas haciendo que la práctica se lleve a cabo desde la perspectiva de sus propias concepciones, más allá de las reformas implementadas (Duschl & Whight, 1989; Nespor, 1987; Pajares, 1992; Porlan, 1994 y Schoenfeld, 1988). Carr (1990) afirma: *Toda práctica está "incrustada en la teoría"; sólo puede comprenderse en relación con las preconcepciones de los docentes.*

Por otra parte, las características especificas de estos contenidos en particular requieren una construcción gradual, sistemática y sostenida en el tiempo, tal como se señala en la abundante bibliografía vinculada a la enseñanza de la matemática y a este tema en particular. Esto requeriría, en el nivel de la implementación del currículo, de acuerdos y articulaciones que van más allá de la práctica de un docente particular en el aula, involucrando no sólo al equipo docente, sino a los directivos como orientadores y "articuladores" de la práctica docente. En este caso particular, teniendo que cuenta la multiplicidad de significados del número racional y considerando que no todos pueden ser abordados al mismo tiempo, es necesario plantear alguna opción respecto de qué significados privilegiar en cada año/grado y cómo trabajar la articulación entre los mismos.

Por último, más allá de las probables causas que nosotros observamos y de otras posibles vinculadas a la práctica docente, desde el punto de vista del alumno hay que tener en cuenta que los "errores" en el sentido que marca Brousseau no son solamente el efecto de la ignorancia o del azar, sino la consecuencia de un conocimiento anterior, que en algún momento pudo parecer adecuado y ahora se revela falso, o simplemente inadecuado. Los errores de este tipo no son erráticos e imprevisibles, sino que constituyen obstáculos.

Como docentes tenemos la obligación de insistir en la importancia de favorecer que nuestros alumnos puedan construir adecuadamente conceptos como éste, para evitar que se transformen en obstáculo no sólo para el aprendizaje de otros conceptos vinculados, sino también para la resolución de problemas cotidianos. Como dice Mario Bunge "¿Cuántos estadistas de nuestro siglo entienden que el conocimiento básico es el más útil por ser utilizable en múltiples campos?"

BIBLIOGRAFIA

BABINI- REY PASTOR (1951). “Historia de la Matemática”. Espasa-Calpe. Argentina. Bs. As.

BOYER, C. (1994). “Historia de la Matemática” Alianza Editorial

BROUSSEAU, G.: *“Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas”,* www.fractus.mat.uson.mx/Papers/Brousseau/ObstaculosBrousseau.htm

- BUNGE, MARIO (2001). “Euclides Dos Milenios Después” en Beppo Levi “Leyendo a Euclides” Libros del Zorzal. Buenos Aires –Argentina

- DIRECCIÓN GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN DE LA PROVINCIA DE BS. AS. “Diseño curricular para la Educación Primaria. Segundo Ciclo”. http://abc.gov.ar/lainstitucion/organismos/consejogeneral/disenioscurriculares/documentosdescarga/diseniocurricularparaeducacionprimaria2ciclo.pdf

- DUCHL, R. A. & WRIGHT, E.: “A case study of high school teachers’ decision making models for planning and teaching science”. Journal of Research in Science Teaching, 26(6), 467-501. 1989

- GIMENO SACRISTAN, J.(1991). “El curriculum: una reflexión sobre la práctica”. Ediciones Morata S.A. Madrid. España.

- LEVI, BEPPO (2001). “Leyendo a Euclides”. Libros del Zorzal. Buenos Aires –Argentina

- NESPOR, J.: “The role of beliefs in the practice of teaching”. Journal Curriculum Studies, 19(4). 317-328. 1987

- PAJARES, F.: “Teachers’ belief and educational research: Cleaning up a messy construct”. Review of Educational Research, 62, 307-332. 1992

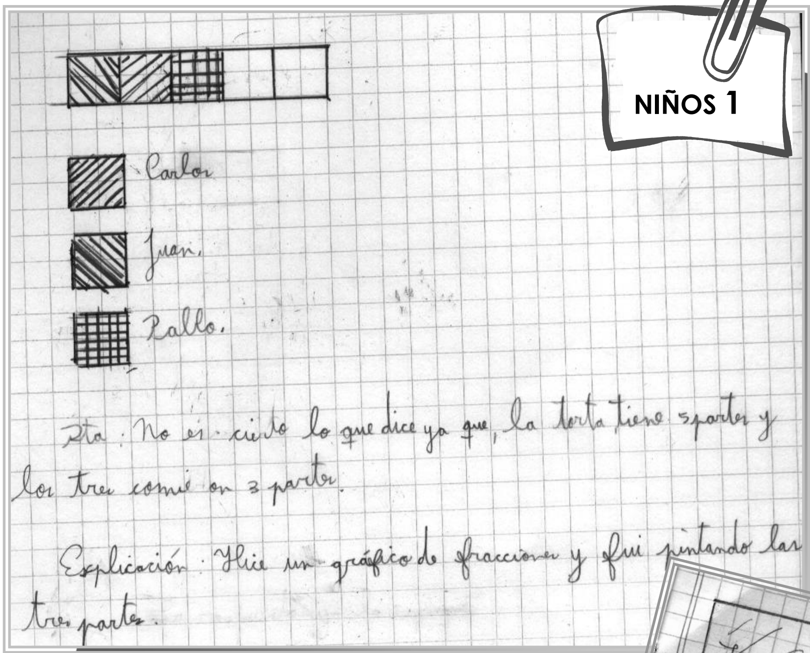
- PORLÁN, R.: “Las concepciones epistemológicas de los profesores. El caso de los estudiantes de magisterio”. Investigación en la Escuela.22, 67-84. 1994

-REY PASTOR J. (1938). “ARITMÉTICA-Segunda Parte”. Colección Didáctica de Matemáticas Elementales.

- SCHOENFELD, Alan (1985). “Mathematical Problem Solving”. New York: Academic Press.

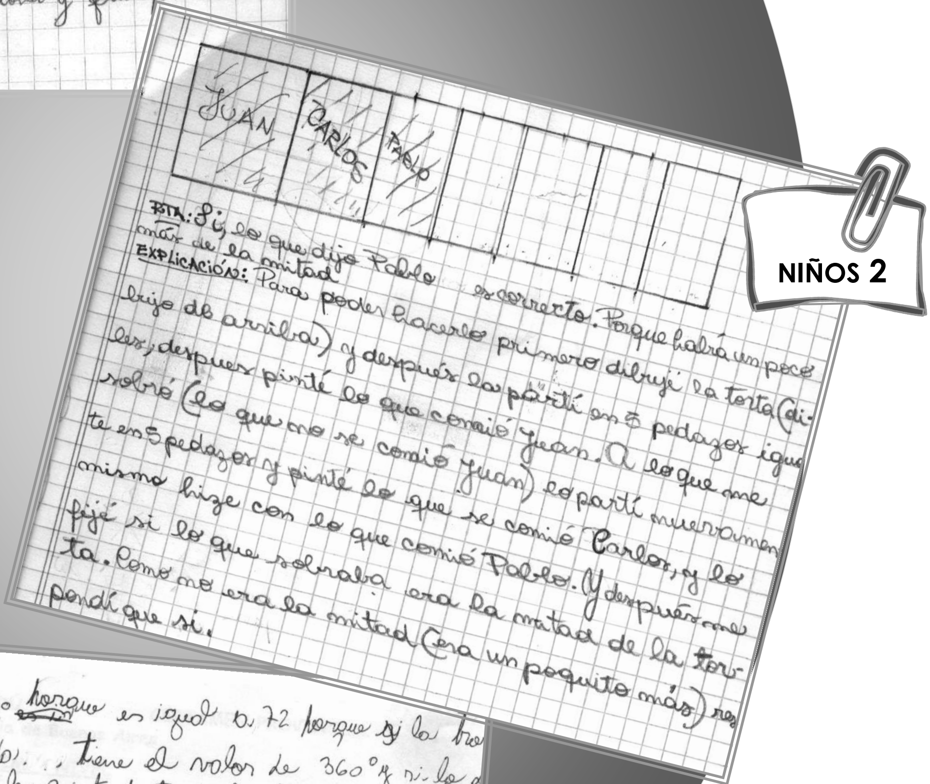
- SCHOENFELD, A.H. (1992). Learnig to think mathematically: problem solving, metagognition and sense making in mathematics in *“Handbook for Tesearch on Matematics Teaching and Learning”*. New York: Macmillan.

- SCHOENFELD, A.: “When a good teaching leads to bad results: The disasters of “well taught” mathematics classes”. Educational Psychology, 23, 145-166. 1988



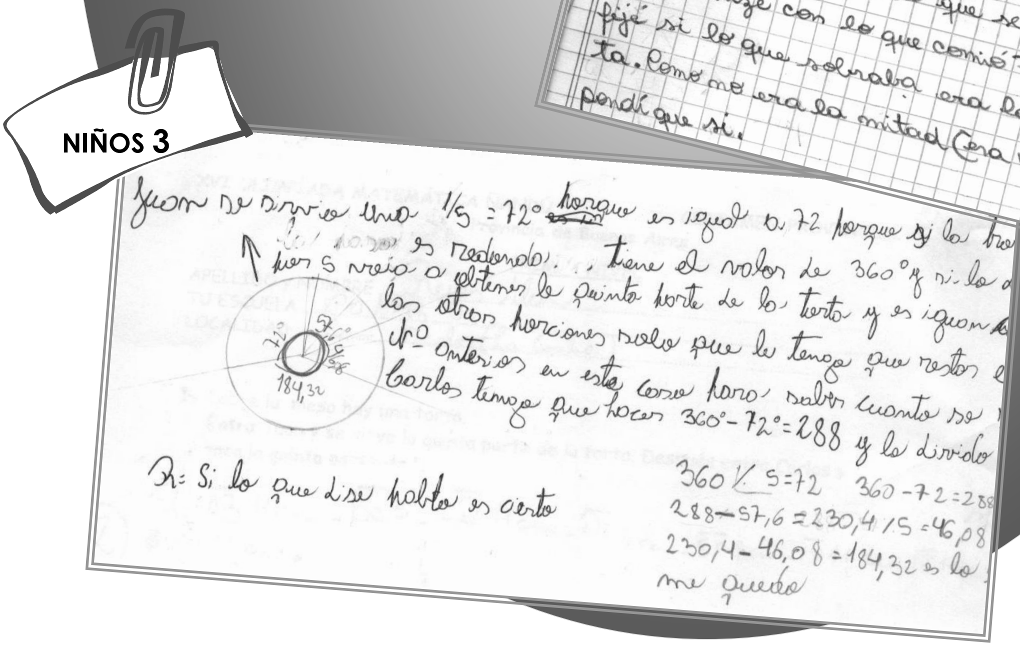
Rta: No es cierto lo que dice ya que, la torta tiene 5 partes y los tres comió en 3 partes.

Explicación: Hice un gráfico de fracciones y fui pintando las tres partes.



RTA: Si, lo que dijo Pablo es correcto. Porque habrá un poco más de la mitad

EXPLICACIÓN: Para poder hacerlo primero dibujé la torta (dibujo de arriba) y después la partí en 5 pedazos iguales, después pinté lo que comió Juan. A lo que me sobró (lo que no se comió Juan) lo partí nuevamente en 5 pedazos y pinté lo que se comió Carlos, y lo mismo hize con lo que se comió Pablo. Y después me fijé si lo que sobraba era la mitad de la torta. Como no era la mitad (era un poquito más) respondí que sí.



Juan se sirvio una 1/5 = 72° porque es igual a 72 porque si la tor... por 5 y es redondo. tiene el valor de 360° y si lo d... voy a obtener la quinta parte de la torta y es igual a... los otros porciones solo que le tengo que restar el nº anterior en este caso para saber cuanto se... Carlos tengo que hacer 360° − 72° = 288 y lo divido...

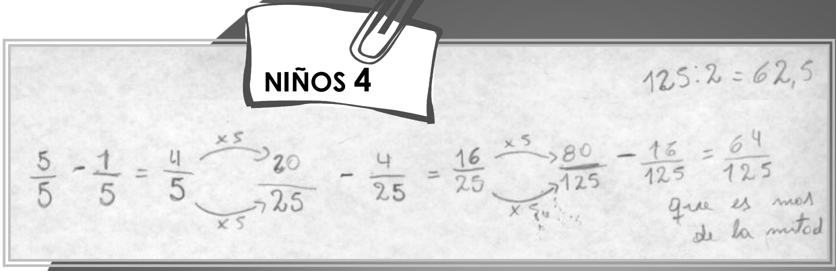
R: Si lo que dise pablo es cierto

360 / 5 = 72   360 − 72 = 288

288 − 57,6 = 230,4 / 5 = 46,08

230,4 − 46,08 = 184,32 es lo... me queda

NIÑOS 4

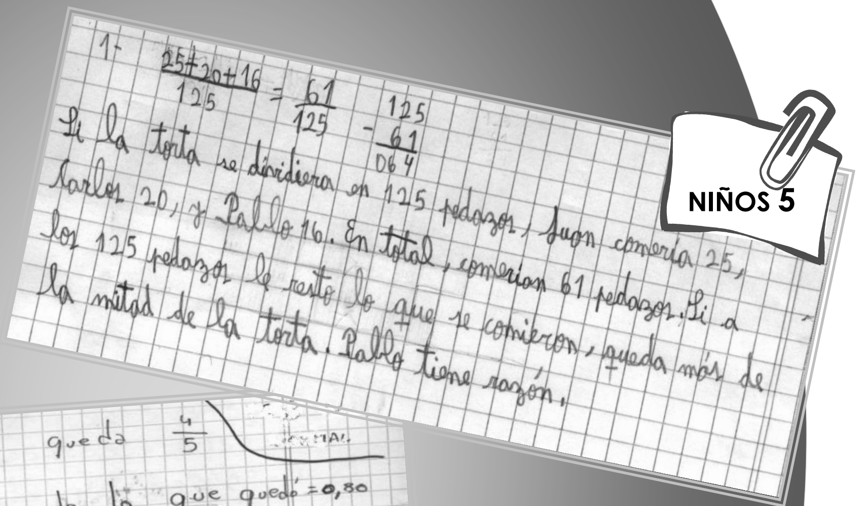


125:2 = 62,5

$$\frac{5}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \xrightarrow{\times 5} \frac{20}{25} - \frac{4}{25} = \frac{16}{25} \xrightarrow{\times 5} \frac{80}{125} - \frac{16}{125} = \frac{64}{125}$$

que es mas de la mitad

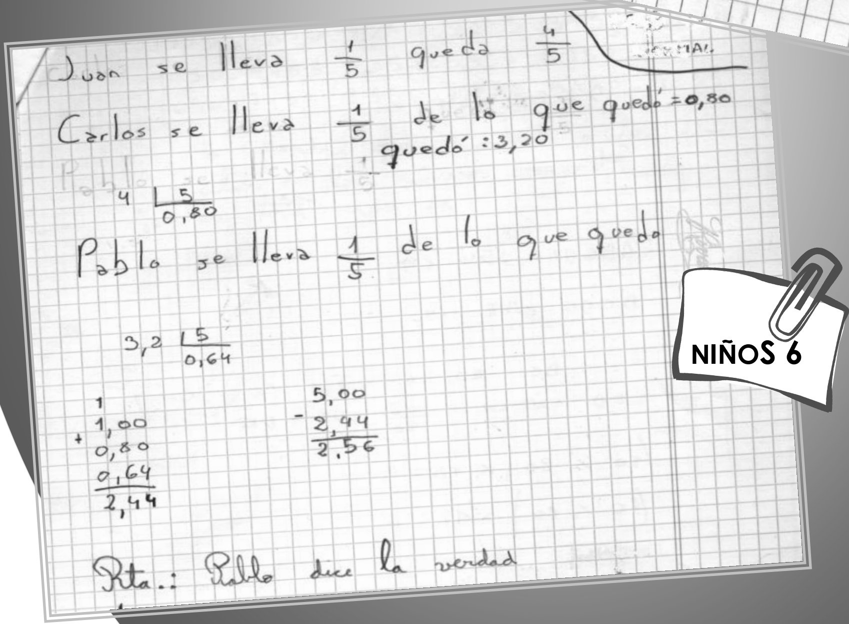
NIÑOS 5



1- $\frac{25+20+16}{125} = \frac{61}{125}$ $\quad 125 - 61 = 064$

Si la torta se dividiera en 125 pedazos, Juan comería 25, Carlos 20, y Pablo 16. En total, comerían 61 pedazos. Si a los 125 pedazos le resto lo que se comieron, queda más de la mitad de la torta. Pablo tiene razón.

NIÑOS 6



Juan se lleva $\frac{1}{5}$ queda $\frac{4}{5}$

Carlos se lleva $\frac{1}{5}$ de lo que quedó = 0,80
quedó: 3,20

4 | 5 = 0,80

Pablo se lleva $\frac{1}{5}$ de lo que quedo

3,2 | 5 = 0,64

1,00 + 0,80 + 0,64 = 2,44

5,00 − 2,44 = 2,56

Rta.: Pablo dice la verdad

INGR 1

$T \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = \text{Resto}$ $\quad \frac{5}{5}$ ——— 100%

$R = 0{,}512t$ $\quad \frac{1}{5}$ ——— 20%

torta = t

R = resto

Es verdadero ya que sobró más del 50% de la torta.

INGR 2

3) $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{25}$

$\frac{4}{5} - \frac{4}{25} = \frac{16}{25}$

$\frac{1}{5} \cdot \frac{16}{25} = \frac{16}{125}$

$\frac{16}{25} - \frac{16}{125} = \frac{64}{125} > \frac{1}{2}$

$\frac{4}{5} = a^1 \cdot \frac{1}{5}^1$

$\frac{4}{5} = 4^1 \cdot \frac{1}{5}$

$T(3) = 4^3 \cdot \frac{1}{5}^3$

$T(3) = 64 \cdot \frac{1}{125}$

$\frac{64}{125} = T(3)$

$\boxed{T(V) = a^V \cdot b}$

T = torta restante

V = veces que se dividen

– Lo que dice Miguel es cierto: $\frac{64}{125} > \frac{1}{2}$.

INGR 3

$J \rightarrow 1t - \frac{1}{5}t = \frac{4}{5}t$

$A \rightarrow \frac{4}{5}t - \frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}t\right) = \left(\frac{4}{5} - \frac{4}{25}\right)t = \frac{16}{25}t$

$M \rightarrow \frac{16}{25}t - \frac{1}{5}\left(\frac{16}{25}t\right) = \left(\frac{16}{25} - \frac{16}{125}\right)t = \frac{64}{125}t$

Al finalizar quedó la 0,512 parte de la torta, por lo que Marcela está acertada.

INGR 4

5). 1T ——— 100%
1/5 T ——— x $= \frac{1/5 \cdot 100\%}{1} = 20\%$

$\Rightarrow \frac{1}{5} = 20\%$

Jimena:

$1 - 20\% \cdot 1 =$

$1 - 0{,}2 \cdot 1 = 0{,}8$

Quedó el 80% de la torta

Alejandra:

$80\% - 20\%(80\%) =$

$0{,}8 - 0{,}2 \cdot 0{,}8 =$

$0{,}8 - 0{,}16 = 0{,}64$

$\Rightarrow$ Quedó un 64% de torta

Marcela:

$64\% - 20\%(64\%) =$

$0{,}64 - 0{,}2 \cdot (0{,}64) =$

$0{,}64 - 0{,}128 = 0{,}512$

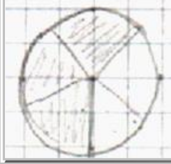
Quedó un 51,2% de la torta.

INGR 5

la torta $\frac{5}{5} - \frac{1}{5}$ (se lleva Guillermo) $= \frac{4}{5}$ torta

$\frac{4}{5} - \frac{1}{5}$ (se lleva Marcelo) $= \frac{3}{5}$ torta

$\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$ (se lleva Miguel) $= \frac{2}{5}$ torta.



falso quedo menos de la mitad.

INGR 6

3) Sí, es cierto lo que dice Miguel.

$$x - \frac{x}{5} - \frac{1}{5}\left(x - \frac{x}{5}\right) - \frac{1}{5}\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{5}\cdot\frac{x}{5}\right) =$$

$$x - \frac{x}{5} - \frac{1}{5}x + \frac{1}{25}x - \frac{1}{25}x + \frac{1}{125}x = 0{,}608x$$

Si la mitad de $x = 0{,}5x$; entonces al quedar $0{,}608x$ quedó mas de la mitad de la torta.

INGR 7

(5) Sobre la mesa hay una torta.

1) JIMENA → $\frac{1}{5}$ de la torta. 20%.

2) ALEJANDRA $\frac{1}{5}$ parte de 80% = 16%

3) Marcelo $\frac{1}{5}$ parte de 64% = 12,8%.

0,2 . 0,8

0,2 . 0,64

J. Al. M

0,2 x + 0,16 x + 0,128 x .

0,488 de torta.

48,8% de torta.

Quedo un 48,8% de la torta

¡Quedó más de la mitad de la torta! ¿Es cierto lo que dice Jorge?

2/ No es verdad.

Porque ~~guillermo~~ Alfredo come $\frac{1}{5}$ x → sobra $\frac{4}{5}$, A eso guillermo le saca $\frac{1}{5}$ quedan $\frac{3}{5}$ del postre. Luego Jorge se lleva la $\frac{1}{5}$ parte de lo que quedó. Sobran $\frac{2}{5}$. Menos de la mitad-

ADM 1

ADM 2

Sobre la mesa hay un postre. Entra Alfredo y se sirve la quinta parte del postre, luego entra Guillermo y saca la quinta parte de lo que queda y por último entra Jorge y se lleva la quinta parte de lo que queda. Cuando Jorge se va dice: ¡Quedó más de la mitad de la torta! ¿Es cierto lo que dice Jorge?

2/

Alfredo - $\frac{5}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

Guillermo $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

Jorge $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

Habrían $\frac{5}{5} - \frac{2}{5}$ = quedan $\frac{3}{5}$ - Es cierto lo q' dice Jorge-