

Problemas y Soluciones

Coordinador: Leandro R. Cagliero

Invitamos a los lectores a proponer nuevos problemas para compartir y a enviar soluciones. Los problemas propuestos deben ser acompañados de una solución y de cualquier comentario que crean apropiado.

Los problemas y soluciones pueden ser enviados por correo a la dirección de la REM o preferentemente por correo electrónico a revm@mate.uncor.edu en un archivo de algún procesador de textos.

PROBLEMAS PROPUESTOS

Infinitos primos

Problema 1.

Sea $f(x) = a_d x^d + \dots + a_1 x + 1$ un polinomio con coeficientes enteros. Demostrar que el conjunto

$$\{p \in \mathbb{Z} : p \text{ es primo y divide a } f(a) \text{ para algún } a \in \mathbb{Z}\}$$

es infinito.

Cuadriláteros racionales

Problema 2.

Demostrar que existe un cuadrilátero convexo cuyos cuatro lados y dos diagonales tienen longitudes racionales. Demostrar además que en un cuadrilátero con estas características, las diagonales se cruzan dando origen a cuatro segmentos de longitudes racionales.

Tetraedros de mayor volumen

Problema 3.

¿Cuáles son los posibles valores de x tales que $(x, 2, 2, 2, 3, 3)$ (en cualquier orden) son las longitudes de los lados de un tetraedro? Entre todos los tetraedros de lados $(x, 2, 2, 2, 3, 3)$, ¿Cuál es el de mayor volumen?