

Problemas y Soluciones

Coordinador: Leandro R. Cagliero

Invitamos a los lectores a proponer nuevos problemas para compartir y a enviar soluciones. Los problemas propuestos deben ser acompañados de una solución y de cualquier comentario que crean apropiado.

Los problemas y soluciones pueden ser enviados por correo a la dirección de la REM o preferentemente por correo electrónico a revm@mate.uncor.edu en un archivo de algún procesador de textos.

PROBLEMAS PROPUESTOS

Funciones continuas

Problema 1.

Sea $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua tal que $f(0) = f(1) = 0$. Demostrar que existe un triángulo equilátero tal que dos de sus vértices están en el gráfico de f y el otro vértice está en el intervalo $(0, 1)$.

Matrices que conmutan

Problema 2.

Sean A y B dos matrices 2×2 tales que $C = AB - BA$ conmuta con A y B . Demostrar que A y B conmutan (y por lo tanto $C = 0$).

Triángulos y primos

Problema 3.

Dados dos números primos p y q , sea

$$T(p, q) = \{a \in \mathbb{N} : \text{existe un triángulo de área entera cuyos lados miden } p, q \text{ y } a\}.$$

Encontrar dos números primos p y q tales que $T(p, q)$ tenga 2 elementos. ¿Existen números primos p y q tales que $T(p, q)$ tenga 3 o más elementos?