

Título: “Iniciando a futuros profesores de matemática en la formulación de sus propias actividades de modelación”

Autores: Nélida Aguirre - Andrea Maero

Institución: Universidad Nacional de Río Cuarto (U.N.R.C.)

Correo electrónico: nvaguirre@exa.unrc.edu.ar

INTRODUCCION

Durante los años 2009 y 2010 una de las autoras llevó a cabo una propuesta de enseñanza basada en el trabajo en proyectos en la asignatura Modelos Matemáticos, correspondiente al primer cuatrimestre del tercer año de la Carrera de Profesorado en Matemática, en el Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas de la U.N.R.C.

En el marco de esta asignatura los estudiantes analizan y construyen modelos determinísticos, discretos y continuos, lineales y no lineales, a partir de situaciones relacionadas principalmente con el ámbito de la Biología, la Física y la vida cotidiana y usan métodos gráficos, analíticos, algebraicos y de simulación.

La evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje llevado a cabo a partir de la aplicación del material didáctico elaborado para llevar a cabo la propuesta, permitió no sólo hacer una valoración de dicho material, sino también detectar ciertos condicionantes que obstaculizan e inciden en el proceso de aprendizaje en un ambiente de modelización.

Esto motivó la presentación de un nuevo Proyecto de Innovación e Investigación para el Mejoramiento de la Enseñanza de Grado (PIIMEG) con el objeto de abordar, para su superación, algunas de las restricciones observadas.

A continuación se describe dicho proyecto que fuera aprobado por la Secretaría Académica de la U.N.R.C. para su implementación durante los años 2011-2012.

➤ *Problema que origina la innovación*

Entendiendo que la educación es un proceso social, la profesión docente requiere una formación matemática que no sólo le permita la enseñanza de la disciplina sino que aporte a una mejor comprensión y desenvolvimiento dentro del orden social, histórico, económico, etc.

Desde el punto de vista de la enseñanza, se puede decir que lo que se piensa respecto a la ciencia matemática y sus procesos de construcción, condicionará el tipo de enseñanza que se desarrollará.

Partiendo de considerar que lo que caracteriza a la matemática es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos, la idea de enseñanza de la matemática que surge de esta concepción es que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas.

En este sentido, es necesario tener en cuenta que el rol esencial de la actividad matemática consiste en *construir modelos de la realidad que se quiere estudiar* para dar respuesta o mejor respuesta a los problemas que se plantean en ese ámbito. Los contextos de los problemas deberán ser significativos para los alumnos pues de lo contrario pueden constituir una *restricción* en su aprendizaje; es decir, deben implicar un desafío que puedan resolver en el marco de sus posibilidades cognitivas pero también de sus experiencias sociales y culturales previas.

Por otra parte, es posible observar tanto en los programas y libros de textos de las matemáticas que se enseñan a nivel medio, así como en los correspondientes a asignaturas de la carrera de Profesorado en Matemática, que la parte que hace referencia a la modelización matemática se plantea siempre con *posterioridad* y como una *consecuencia* (o aplicación) de lo que se presenta como la formación matemática básica.

En general, las matemáticas no se enseñan a partir de la necesidad de modelizar situaciones sino que se presentan como herramientas básicas que el estudiante debe aprender a manejar sin saber de antemano qué tipos de problemas estas herramientas le permitirán resolver. En el mejor de los casos, los estudiantes podrán ver al final del proceso de estudio algunas “*aplicaciones*” de los conocimientos construidos previamente o, en el caso más extremo, una simple ejemplificación de las nociones y técnicas aprendidas en algún contexto. Es decir, los modelos matemáticos se formulan a partir de las nociones, propiedades y teoremas de cada tema y, una vez construidos, se buscan las posibles aplicaciones de estos modelos que, por lo tanto, nunca pueden ser modificados, ni construidos por las necesidades internas y las posibles evoluciones o ampliaciones de los sistemas que se pretende estudiar.

Una de las principales consecuencias de esta visión es la *desaparición de la problemática explícita de la modelización matemática* y el empobrecimiento de la actividad de modelización

matemática en la enseñanza. No es extraño entonces que las matemáticas puedan aparecer para algunos estudiantes como muy formales y poco útiles, e incluso como un obstáculo que deben superar.

➤ *Fundamentación de la innovación*

Sin lugar a dudas la selección de situaciones reales a modelizar es uno de los puntos más fuertes que presenta la modelización por la motivación que genera en quien aprende. Es posible incluir diversas situaciones que vinculen las matemáticas a la realidad a través de la modelación y las mismas pueden ser organizadas como experiencias de aprendizaje en muy diversas formas. Una de estas formas, es el trabajo en *proyectos* y en ello consistió la innovación presentada para la asignatura en el marco de la convocatoria PIIMEG 2008.

El significado de *proyecto* que se adoptó en esa oportunidad y que se mantiene, cumple con las siguientes características generales:

- es una clase de tarea o actividad que realizan los estudiantes *individualmente* o en *grupos* y puede desarrollarse en forma total en *clase*, o totalmente *extra-clase* o ser una mixtura de estas dos modalidades,
- puede consistir en un problema bien definido o un conjunto de problemas interrelacionados con un creciente nivel de abstracción o complejidad,
- implica, ya sea extender o realizar enfoques alternativos de un fenómeno trabajado con anterioridad y para el cual el modelo que lo describe ya ha sido analizado, o bien, estudiar un nuevo sistema para lo cual el estudiante debe crear el modelo más adecuado.

En todos los casos se requiere que cada estudiante lleve a cabo una tarea de reflexión o de investigación matemática y comunique los resultados o conclusiones obtenidos a través de reportes escritos y/o exposición oral.

Ahora bien, las transformaciones que sufre la modelización matemática a lo largo del proceso de transposición, desde las instituciones productoras del saber hasta las instituciones docentes, inciden sobre el papel que la misma puede jugar en las aulas. Entre el conocimiento a enseñar y el que realmente es enseñado median, por ejemplo, las creencias, experiencias y concepciones que cada docente posee sobre las matemáticas y, en particular, sobre la modelización.

El profesor que desea promover una negociación de significados en clase debe tener en cuenta que necesita preguntas y responder a preguntas, dar razones y pedir razones, clarificar y pedir clarificaciones, dar analogías y pedir analogías, describir y pedir descripciones, explicar y pedir explicaciones, dar y recibir ejemplos. Podemos concluir que esta simetría obvia es necesaria si queremos que suceda una negociación de significados verdadera. Alan Bishop y Fred Goffre, 1986

De acuerdo con esto, el rol que cumple el docente en su gestión en el aula puede actuar como un factor positivo o negativo en el desempeño y logros de los estudiantes. Por esta razón, y puesto que llevar adelante como docentes una actividad de modelización presupone, entre otras, decidir cuándo intervenir en cada grupo, qué sugerencias realizar que contribuyan a orientar a los estudiantes sin que ellos pierdan el protagonismo en la resolución del problema que afrontan, se considera necesario crear dentro de la asignatura un ambiente adecuado que brinde a los futuros formadores la oportunidad de ejecutar la tarea que deberán desarrollar en su ejercicio profesional en clases de modelización.

Hasta el momento la selección de temáticas a abordar en los trabajos en proyectos ha estado a cargo del docente responsable.

Brindar a los alumnos la posibilidad de elegir, en forma individual o en pequeños grupos, temas de algún área de su interés, para que realicen una investigación al respecto, propongan cuestiones a responder y elaboren un modelo matemático, hará que los mismos pasen a ser co-responsables de su aprendizaje y el profesor, un orientador (Bassanezi, 2002). Además, se trata de una manera altamente motivadora de investigar el tema y es capaz de llevar al alumno a construir conocimientos que tienen significado o sentido para él, ya sea en forma de conceptos matemáticos, ya sea sobre el tema que se estudia (Biembengut y Hein, 2003).

Esto les permitirá no sólo resolver cuestiones epistemológicas hoy muy arraigadas en el ámbito de la enseñanza, relacionadas con el concepto de modelización matemática, sino también poner en práctica su rol de futuro docente de nivel medio y reflexionar sobre el diseño y gestión de situaciones de aprendizaje en las que se involucre el proceso de modelación matemática.

➤ *Objetivos de la innovación*

A los objetivos planteados en la convocatoria PIIMEG 2008:

“Con las actividades de modelación basadas en proyectos se pretende brindar a los estudiantes la oportunidad de aplicar matemáticas a situaciones de la vida real que impliquen:

- interactuar con el medio cuando se requiera de trabajo extra-clase,
- recorrer el proceso de modelación matemática, desde la elaboración de una idea inicial a la discusión de resultados parciales y finales.
- la posibilidad de ser activos en una construcción por etapas,
- desarrollar habilidades en investigación.”

se agregan los siguientes:

Con la nueva propuesta se espera brindar a los estudiantes el ámbito necesario para:

- Desarrollar la capacidad de planear, implementar y evaluar actividades de modelización a partir de situaciones reales de su elección e interés.
- Aprender contenidos disciplinares con significado.
- Ejercitar el rol de la futura práctica profesional.

➤ **Descripción de la innovación**

Para que los estudiantes se sientan motivados a aprender contenidos matemáticos de forma significativa es necesario que puedan atribuir sentido a aquello que se le propone. Eso depende de muchos factores personales pero también depende de cómo se le presente la situación de aprendizaje, lo atractiva e interesante que le resulte como para implicarse activamente en un proceso de construcción de significados.

El ambiente de aprendizaje adquiere entonces un papel de gran importancia en la forma en que los alumnos aprenden matemáticas. La clase de matemáticas es el resultado de muchos factores. Depende, por un lado, de las tareas matemáticas que el docente propone y, por otro del conocimiento y competencia profesional del profesor quien determina el modo de introducir las diferentes tareas y el modo de apoyar a los alumnos en su realización. Es decir, la clase está fuertemente determinada por cómo el docente la gestiona.

Además de los conocimientos matemáticos que los estudiantes adquieren como resultado de la enseñanza, ellos se forman una idea acerca de qué es la matemática y de cómo se resuelven las tareas matemáticas, idea que está muy influenciada por el modelo epistemológico dominante de la institución educativa en la que aprenden esos conocimientos. Por otro lado, esa noción de lo que es la matemática y cómo se trabaja en matemáticas determina en gran medida el modo en que los estudiantes, futuros docentes de nivel medio, emplearán tanto en clase como en la vida cotidiana, las matemáticas que están aprendiendo.

El hecho de dar el papel protagonista al estudio de problemas y a la búsqueda de respuestas a cuestiones de interés que se plantean, sitúa el estilo de enseñanza que se pretende, de manera contrapuesta al modelo docente tradicional en el que las asignaturas se organizan en torno a los contenidos conceptuales y los ejemplos o aplicaciones se enseñan como ilustraciones de lo mostrado previamente.

Y así como no siempre el hecho de tener un buen bagaje matemático se traduce en que el estudiante logre realizar con éxito una labor de modelización, de la misma manera los docentes, a pesar de la formación obtenida, no siempre son capaces de crear ambientes, situaciones y actividades adecuadas para la modelación. Si queremos que los profesores de matemáticas sean capaces de dar lugar a la modelación en su enseñanza de manera eficiente, exitosa y reflexiva, ellos necesitan tener la oportunidad de desarrollar esta capacidad durante su formación, a través de actividades regulares de desarrollo profesional.

El trabajo para la elaboración e implementación de la innovación propuesta será desarrollado por el equipo en dos etapas:

Etapas:
Etapas 1: Corresponde al primer año de ejecución del proyecto. Durante la misma se reformularán las actividades de modelación basadas en *proyectos* implementadas para PIIMEG 2008, y se diseñarán nuevas, con el fin de iniciar a los estudiantes en la formulación de sus propias actividades de modelización.

Se trabajará con problemas reales y en las tareas a desarrollar por los estudiantes la modelización estará presente como un proceso, con una metodología basada en la construcción, análisis e interpretación de modelos.

Se implicará a los estudiantes en el proceso de modelización matemática lo más temprano posible, comenzando con proyectos cortos para que, de manera paulatina y natural, alcancen autonomía generando acciones de un modo más independiente.

Se alentará a los alumnos a tomar la iniciativa de formular problemas y hacer preguntas, hacer conjeturas y presentar soluciones, explorar ejemplos y contraejemplos en la investigación sobre una conjetura, y a utilizar argumentos matemáticos para determinar la validez de las afirmaciones, intentando convencerse a sí mismo y a los demás.

Los libros de texto, revistas, diarios, programas o publicidades televisivas, elementos conocidos como una tarjeta de crédito, un resumen bancario, etc. pueden constituir fuentes naturales para realizar búsquedas y adaptaciones de situaciones que resulten de interés para los alumnos por estar vinculados a la vida cotidiana. La mayor parte de los libros de texto dan situaciones «cerradas» con ejercicios rutinarios diseñados para que los alumnos puedan practicar reglas y técnicas. No obstante, estos textos pueden proporcionar una inspiración inicial y será tarea de los estudiantes ver cómo «abrir», adaptar y variar las situaciones que se presentan para transformarlas en tareas de modelización útiles y de interés.

Con las tareas que se realizarán, se pretende que, al finalizar el cuatrimestre, los estudiantes puedan gestionar una clase real de modelación. Para ello, en grupos pequeños de dos o a lo sumo tres estudiantes, deberán diseñar una actividad de modelación y hacer una presentación escrita que deberá contener:

- La situación de la vida real, explicando el contexto, para la cual sea necesario resolver alguna cuestión.
- La fuente de donde haya sido extraída la situación problemática.
- Área del mundo real en el que se encuadra la tarea explicando brevemente, si fuera necesario, los contenidos involucrados para su desarrollo.
- El nivel para el cual va dirigida la actividad.
- El o los objetivos que se pretenden alcanzar.
- El grado de apertura de la tarea.
- El contenido matemático involucrado.
- Qué parte o partes del proceso de modelación se pretende trabajar.
- La o las soluciones que se esperan.
- Dificultades propias y las que podrían presentar los alumnos durante la realización de la tarea.
- Formas de comunicación de resultados.
- Criterios para la evaluación.

Para la implementación de la propuesta se cuenta en el equipo con una docente que además de pertenecer al ámbito universitario, desarrolla tareas en el nivel medio. Su aporte será esencial en el control de diseño y evaluación de las tareas de modelación que implementarán los estudiantes.

Para la implementación de actividades interdisciplinarias se solicitará el asesoramiento de expertos en la disciplina correspondiente, y, particularmente se invitará a participar a un especialista en didáctica de la matemática.

Etapa 2: Corresponde al segundo año de ejecución del proyecto. Se continuará la tarea desarrollada en la etapa anterior. El equipo realizará los ajustes necesarios de acuerdo a los resultados obtenidos, se implementarán nuevas actividades basadas en proyectos y se realizarán estudios comparativos.

➤ *Investigación evaluativa: Fundamentación, Objetivos y Metodología*

Dado que habrá continuidad con el trabajo de modelación basado en proyectos iniciado para la convocatoria PIIMEG 2008, se adoptará el mismo marco teórico general de evaluación, el cual se explicita a continuación. A él se deberá agregar lo correspondiente a las innovaciones que se presentan para la nueva convocatoria.

La muestra para la propuesta actual estará constituida por todos los estudiantes que cursan la asignatura Modelos Matemáticos, en el primer cuatrimestre del tercer año, de la Carrera de Profesorado en Matemática, en el Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas de la U.N.R.C. El tamaño promedio de la muestra será de aproximadamente 15 alumnos.

Partiendo de la base que trabajar en modelación implica:

- Identificar problemas
- Transferir un problema del mundo real hacia un modelo matemático.
- Descubrir relaciones involucradas.
- Representar una relación mediante una fórmula.
- Refinar y ajustar modelos.

- Usar diferentes modelos.
- Reconocer aspectos comunes en distintas situaciones.
- Combinar e integrar modelos.
- Generalizar.
- Validar modelos.
- Transferir un modelo matemático a un problema del mundo real.

el marco teórico general estará estructurado por dos dimensiones organizadoras: una dimensión de contenidos y una dimensión cognitiva. Cada dimensión constará de varios dominios. Se considera que los dominios de contenido son aquellos relacionados con el programa de la asignatura. En cuanto a los dominios cognitivos se incluyen los siguientes:

- Utilización de conceptos
- Conocimiento de procedimientos
- Resolución de problemas
- Razonamiento
- Comunicación

Las dos dimensiones y sus dominios constituirán el fundamento de la evaluación. La temática que quede especificada en las actividades determinarán los dominios de contenidos. Los dominios cognitivos definen los comportamientos esperados de los estudiantes cuando se enfrentan al contenido de la asignatura.

Estar familiarizado con *conceptos* propios de la asignatura es esencial para la resolución de problemas, para el razonamiento y, por lo tanto, para el desarrollo de la comprensión matemática. El conocimiento de conceptos permite a los estudiantes extenderse más allá de sus conocimientos existentes, juzgar la validez de enunciados y métodos matemáticos y crear representaciones matemáticas. Y la capacidad de crear representaciones equivalentes es fundamental para el éxito en la materia.

Los *procedimientos* forman un puente entre el conocimiento más básico y el uso de la matemática para resolver problemas habituales. En esencia, el uso fluido de procedimientos implica recordar conjuntos de acciones y cómo llevarlas a cabo. Los estudiantes han de ser eficientes y precisos en el uso de diversos procedimientos y herramientas de cálculo. En este sentido, y para este dominio cognitivo, se evaluará si los estudiantes son capaces de:

- *Recordar definiciones, vocabulario, propiedades, notación.*
- *Reconocer e identificar entidades matemáticas que sean equivalentes.*
- *Conocer procedimientos algorítmicos, estimar, resolver ecuaciones, evaluar expresiones y fórmulas, simplificar.*
- *Dibujar, usar computadora, etc.*

La *resolución de problemas* en modelación es un objetivo central. Para este dominio cognitivo, se evaluará si los estudiantes son capaces de:

- *Seleccionar o usar un método o estrategia eficiente para resolver problemas en los que haya un algoritmo o método de solución conocido.*
- *Generar una representación apropiada, por ejemplo una ecuación o un diagrama, para resolver un problema de modelación.*
- *Verificar y ejecutar un conjunto de instrucciones matemáticas.*
- *Verificar o comprobar la corrección de la solución a un problema, evaluar lo razonable que es la solución de un problema.*

El *razonamiento* matemático implica la capacidad de pensamiento lógico y sistemático. Incluye el razonamiento intuitivo e inductivo basado en patrones y regularidades que se pueden utilizar para llegar a soluciones para problemas no habituales. Los problemas no habituales implican la transferencia de conocimiento y destrezas a nuevas situaciones. Se evaluará si los estudiantes son capaces de:

- *Formular hipótesis, conjeturas, predecir*
- *Discutir y evaluar críticamente una idea matemática, conjetura, estrategia de resolución de problemas, método, demostración, etc.*
- *Generalizar o extender los resultados en términos más generales y más aplicables.*
- *Conectar conocimientos nuevos con conocimientos existentes*
- *Sintetizar o integrar combinando procedimientos matemáticos.*
- *Aplicar procedimientos matemáticos en contextos poco conocidos.*

- *Proporcionar pruebas de validez de una acción o de la verdad de un enunciado.*

Comunicar ideas y procesos matemáticos es otro conjunto de destrezas que se considera fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de la asignatura. La comunicación no se incluye como dominio cognitivo separado, sino que puede considerarse como una dimensión que se extiende por todas las áreas de contenido y los procesos de la matemática. Los estudiantes pueden demostrar destrezas de comunicación a través de la descripción y la explicación, a través de resúmenes o comentarios de las producciones.

Se medirá el rendimiento de los estudiantes y se recopilará información acerca de los contextos de dicho rendimiento, a través de:

- pruebas integradoras (cantidad a determinar) y sus correspondientes recuperaciones,
- trabajos grupales realizados a lo largo del cuatrimestre,
- trabajos domiciliarios y
- un trabajo final para aprobar la asignatura.

Por otra parte, y debido a los objetivos que se plantean para la actual convocatoria, se evaluará de manera cualitativa si los estudiantes son capaces de identificar y definir problemas auténticos y preguntas significativas para investigar, planificar y administrar las actividades necesarias para desarrollar una solución o completar un proyecto, poner en juego múltiples procesos y diversas perspectivas para explorar soluciones alternativas, reformular aplicaciones que aparezcan en libros de texto para ser implementadas como tareas de modelización y, finalmente, realizar una adecuada gestión de clase.

Se llevará un registro con los datos que surjan de las experiencias que se generen. Con este propósito se utilizarán diversas técnicas de recolección y análisis de la información tales como la observación participante y no participante realizada por el investigador, cuestionario a los estudiantes, diario de clases del profesor.

➤ *Algunas reflexiones finales*

La propuesta presentada, que se está llevando a cabo durante el primer cuatrimestre del presente año lectivo, y de cuya implementación se espera poder compartir detalles al momento de exposición de la ponencia, pretende ofrecer una alternativa de enseñanza, dirigida a impulsar y favorecer en los estudiantes el desarrollo de habilidades para la modelización. Particularmente, se enseñará a crear, adaptar y trabajar con tareas de modelización del modo que sea más motivador para los alumnos. La concepción de enseñanza-aprendizaje que se posee y se desea transmitir está basada en la construcción del conocimiento, en la reflexión permanente de la práctica docente y la investigación. Se espera con ello formar un profesional autónomo, cooperativo e investigador.

Como los alumnos a los que está destinada la propuesta son futuros profesores, se espera que el alcance de la misma se traduzca en un mejoramiento de la enseñanza de la matemática en el nivel medio ya que los capacitará para incorporarse con una nueva visión sobre la utilización de las matemáticas a grupos interdisciplinarios abocados al estudio de la enseñanza y aprendizaje de las ciencias.

➤ *Antecedentes bibliográficos*

Bassanezi, R. (2002). *Modelagem matemática no Ensino-Aprendizagem*, São Paulo, Contexto.

Bellomo, N. y Preziosi, L. (1995). *Modelling Mathematical Methods and Scientific Computation*. (CRC Press).

Bender, E. (2000). *An Introduction to Mathematical Modeling*. Dover Publicaions, Inc.

Berry, J. & Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling*. Edward Arnold.

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2003). *Modelagem matemática no Ensino*, 3ª. Ed. São Paulo, Contexto.

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2004). *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática*. EDUCACION MATEMATICA. Vol.16, número 002, pp.105-125. Santillana. Distrito Federal. México.

Bishop, A., & Goffree, F. (1986). *Classroom organization and dynamics*. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.

Blum, W., Niss, M., Huntley, I. (1988). *Modelling, Applications and Applied Problems Solving*. Teaching mathematics in a real context Ellis Horwood, Chichester, UK.

Blum, W. and Niss, M., (1991) *Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects- State, trends and issues in mathematics instruction*, Educational Studies in Mathematics.

Bosh, M., Espinoza, L. y Gascón, J. (2003). *El profesor como director del proceso de estudio. Análisis de organizaciones didácticas espontáneas*. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 21/3 pp247-304.

Bosh, M., y Gascón, J. (2001). *Las prácticas docentes del profesor de matemáticas*. <http://www.ugr.es/~godino/siidim/almeria/practicas-docentes.PDF>.

Camarena, P. (2006) *La matemática en el contexto de las ciencias en los retos educativos del siglo XXI*. CIENTIFICA. Vol. 10, número 004, pp.167-173.

Chevallard, Y. (2001). *Aspectos problemáticos de la formación docente*. XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas, Huesca.

De Lange, J., Huntley, I., Keitel, C. y Niss, M. (1993). *Innovation in Maths Education by Modelling and Applications*. Ellis Horwood, Chichester.

Guzmán, M. De (1993). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular-ISBN: 84-7884-092-3 - Depósito Legal: M-9207. <http://www.oei.es/edumat.htm>

Meyer, W. (2004) *Concepts of Mathematical Modeling*. Dover Publications, Inc. New York.

Meerschaert, M. (1999). *Mathematical Modeling*. 2da. Edición. Academic Press.

Mochón, S. (2000) *Modelos matemáticos para todos los niveles*. Cuadernos Didácticos. Volumen 9. Grupo Editorial Iberoamérica.

POLYA, G. (1994). *Métodos matemáticos de la ciencia*. Madrid Euler Editorial.

POLYA, G. (1954) *How to solve it*, Princeton: Princeton University Press.

Ríos, S. (1995) *Modelización*. Alianza Editorial.