

Aplicaciones de modos deslizantes para el control de movimiento de un robot laparoscópico experimental

Juan P. Pedroni^{1,2}, Walter J. D. Cova² y Ladislao Mathé¹

¹ Grupo Robótica y Sistemas Integrados, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina

² Departamento Electrónica, Facultad Regional La Rioja, Universidad Tecnológica Nacional, La Rioja, Argentina

Fecha de recepción del manuscrito: 19/05/2014

Fecha de aceptación del manuscrito: 09/02/2015

Fecha de publicación: 16/03/2015

Resumen— En este trabajo se presenta la implementación de dos leyes de control por modos deslizantes aplicada en el control de movimiento del robot laparoscópico desarrollado por el Grupo Robótica y Sistemas Integrados de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba. Con el objeto de comparar cuantitativamente la respuesta de los controladores se introducen una serie de índices de bondad para la evaluación de la respuesta del sistema ante entradas complejas y perturbaciones. Se presentan los modelos cinemático y dinámico del robot, así como los requerimientos específicos de control de trayectoria. Dado que las leyes de control implementadas requieren contar con referencias de posición y velocidad articular, se comenta una alternativa para la generación de estados de referencia en tiempo real.

Palabras clave—Control Dinámico, Control de Movimiento, Modos Deslizantes.

Abstract— This paper presents the implementation of two sliding mode control laws applied to the motion control of a laparoscopic robot. The robot, named Lapabot, has been developed by the Grupo Robótica y Sistemas Integrados, an I+D group from the Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (Universidad Nacional de Córdoba). In order to quantitatively compare the response of the system towards complex references and disturbances, a series of goodness indexes are introduced. The kinematic and dynamic mathematical models of the robot are introduced, as well as a group of trajectory generation constrains. Since the implemented control laws require referencies in the articular space, an alternative to real-time reference states generation is discussed.

Keywords— Dynamic Control, Motion Control, Sliding Modes

INTRODUCCIÓN

EL Grupo Robótica y Sistemas Integrados de la Universidad Nacional de Córdoba desarrolla, desde el año 2005 y a pedido del Servicio de Cirugía Pediátrica, División Cirugía Laparoscópica del Hospital de Niños de Córdoba, un brazo robótico para asistir a los cirujanos sosteniendo la cámara endoscópica durante las intervenciones quirúrgicas. El grupo, conformado por ingenieros y estudiantes de diversas carreras de ingeniería, trabajó en un primer modelo de desarrollo de ingeniería (MDI) de tres grados de libertad, bautizado Lapabot. Médicos especialistas en este tipo de cirugías fueron entrevistados para establecer los requerimientos de control del manipulador. Luego se implementaron distintas leyes de control de movimiento, las cuales fueron sintetizadas y evaluadas mediante simulación. Siendo el robot un sistema complejo, no lineal, en el cual no solo se controla la posición en el espacio de su efector final,

sino también su velocidad, resulta difícil evaluar la performance de los controladores aplicando métodos tradicionales, por lo que se desarrolló un sistema de medición de performance basado en algunos de los índices aplicados normalmente en la industria.

Este desarrollo cuenta con el apoyo de la Secretaría de Ciencia y Técnica de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba, así como de la Agencia Córdoba Ciencia, Gobierno de la Provincia de Córdoba, Argentina.

ARQUITECTURA DEL ROBOT LAPAROSCÓPICO

Modelo de Laboratorio

El robot laparoscópico ha sido diseñado por la rama mecánica del GRSI. Cuenta con tres grados de libertad. El primero de ellos de tipo traslacional, los restantes son de tipo rotacional. La elección de esta configuración se basa en el ambiente de operación del robot y en los requerimientos hechos por los cirujanos consultados.

La cámara endoscópica se ajusta al extremo del tercer eslabón (ver Fig. 1) por medio de una varilla rígida y una junta cardánica de dos grados de libertad, y se introduce en

Dirección de contacto:

Juan Pablo Pedroni, Avenida Vélez Sarsfield 1611 Ciudad Universitaria, X5016 CGA, Tel +54 351 5353800 int 29048, jppedroni@gmail.

el cuerpo del paciente a través de una incisión abdominal. El volumen de trabajo útil del robot se limita a un cilindro cuyo eje central es colineal con la incisión en el paciente. El movimiento circular del efector final del robot (o TCP, por tool center point), se transforma en un casquete semiesférico en la cámara, cuyo radio y amplitud varían con la profundidad de la inserción de la varilla en el cuerpo del paciente.

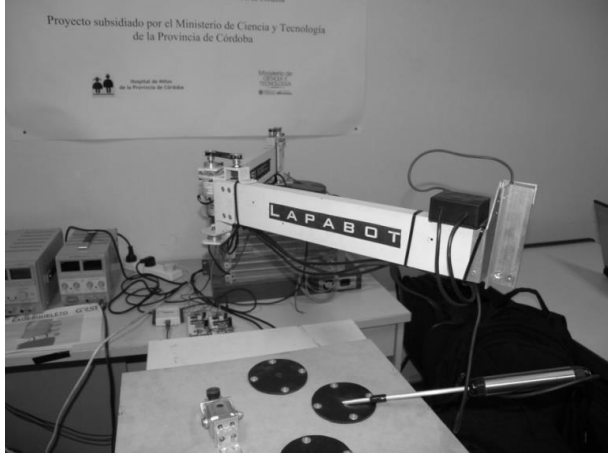


Fig. 1: Modelo de Laboratorio del Robot Laparoscópico. Se aprecia el 2do y 3er grado de libertad, el efector final y la cámara endoscópica.

Modelo Matemático

Para la implementación de las leyes de control de movimiento es fundamental contar con el modelo matemático del manipulador. Este modelo se puede dividir en dos partes según su función: El modelo cinemático y el modelo dinámico. En la Fig. 2 se esquematiza la configuración de la cadena cinemática del robot en reposo utilizada para determinar el modelo matemático, donde l_i representa la longitud del i -ésimo eslabón, q_i el i -ésimo grado de libertad, y $\{s_i\}$ el i -ésimo sistema de ejes coordenados.

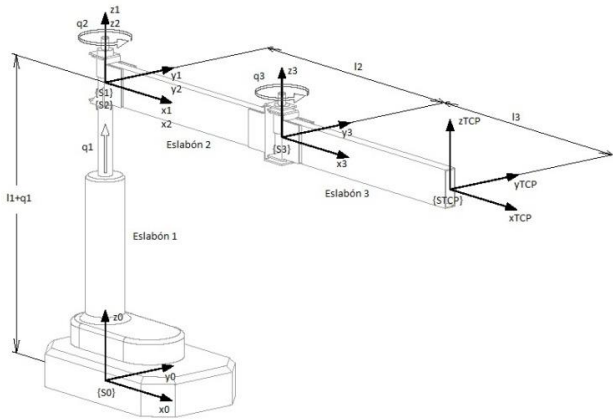


Fig. 2: Esquema de la configuración cinemática en reposo del robot laparoscópico.

Se definen además m_i , l_i e I_i como la masa, distancia desde el centro de masa a la articulación y momento de

inercia respecto del eje principal del i -ésimo eslabón respectivamente.

El modelo cinemático, que se divide en directo e inverso, se utiliza para calcular la configuración articular que debe adoptar el robot para posicionar la cámara endoscópica según los requerimientos del cirujano, así como para trazar las trayectorias que debe seguir cada articulación para llevar la cámara de un punto a otro dentro del espacio de trabajo, mientras que el modelo dinámico se utiliza para sintetizar y ajustar las constantes de las leyes de control.

El modelo cinemático directo es representado por la matriz (1), y se puede obtener aplicando el algoritmo de Denavith-Hartenberg (Craig, 2006).

$$T_{TCP}^0 = \begin{bmatrix} \cos(q_2 + q_3) & -\sin(q_2 + q_3) & 0 & l_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2 \cos(q_2) \\ \sin(q_2 + q_3) & \cos(q_2 + q_3) & 0 & l_3 \sin(q_2 + q_3) + l_2 \sin(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & q_1 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Seguidamente, el modelo cinemático inverso se puede determinar a partir de las matrices de transformación homogéneas (Craig, 2006). Si mediante (2) se representa la posición del tool center point del robot,

$$P_{TCP} = [p_x \ p_y \ p_z]^T \quad (2)$$

Entonces el modelo cinemático inverso viene dado por la terna de ecuaciones (3):

$$\begin{aligned} q_1 &= p_z - l_1 \\ q_2 &= \tan^{-1} \left(\frac{l_3 \sin(q_3) p_x - [l_2 + l_3 \cos(q_3)] p_y}{[l_2 + l_3 \cos(q_3)] p_x + l_3 \sin(q_3) p_y} \right) \\ q_3 &= \cos^{-1} \left(\frac{p_x^2 + p_y^2 - l_3^2 - l_2^2}{2l_2 l_3} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Por otra parte, la dinámica del robot laparoscópico, y de los sistemas mecánicos en general, se suele modelar matemáticamente según la ecuación (4):

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + G(x) = \tau \quad (4)$$

Donde $M(x)$ representa la matriz de inercia del sistema, $C(x, \dot{x})$ la de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $G(x)$ es el vector asociado a las fuerzas gravitatorias, τ representa al torque generado y x, \dot{x}, \ddot{x} representan respectivamente la posición, velocidad y aceleración del sistema representado.

Expresando la ecuación (4) en términos de los grados de libertad del robot, la misma queda:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (5)$$

Donde $q = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ es el vector que representa la posición de las articulaciones del robot.

Existen diferentes métodos para determinar este modelo, tales como el de Euler – Lagrange (Barrientos, 1997), (Kelly, 2003), (Spong, 2006), o Kane. La aplicación del método de Euler – Lagrange al modelo del robot, consiste en determinar la ecuación (6), donde L es conocido como el operador lagrangiano y se calcula como la diferencia entre la energía cinética y potencial de cada articulación.

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} - \frac{\delta L}{\delta q_i} = \tau \quad (6)$$

A modo de ejemplo, la energía cinética de la primera articulación está dada por (7), mientras que la potencial es (8):

$$K_1 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)\dot{q}_1^2 \quad (7)$$

$$U_1 = (m_1 + m_2 + m_3)gq_1 \quad (8)$$

Donde g representa la aceleración de la gravedad.

El modelo dinámico completo resulta:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & c_{23} \\ 0 & c_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Donde los términos de (9) son:

$$m_{11} = (m_1 + m_2 + m_3)$$

$$m_{22} = m_2 l_2^2 + m_3 l_2^2 + m_3 l_3^2 + 2m_3 l_2 l_3 \cos(q_3) + I_2 + I_3$$

$$m_{23} = m_3 l_3^2 + m_3 l_2 l_3 \cos(q_3) + I_3$$

$$m_{32} = m_{23}$$

$$m_{33} = m_3 l_3^2 + I_3$$

$$c_{22} = -m_3 l_2 l_3 \sin(q_3) \dot{q}_2$$

$$c_{23} = -m_3 l_2 l_3 \sin(q_3) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)$$

$$c_{32} = m_3 l_2 l_3 \sin(q_3) \dot{q}_2$$

$$g_1 = (m_1 + m_2 + m_3)g$$

Donde en (10) m_i, l_i, l_{c_i}, I_i representan respectivamente la masa, longitud, distancia al centro de masa e inercia del i -ésimo eslabón.

Las articulaciones del robot, también llamados grados de libertad, son accionadas por motores eléctricos, cuya dinámica puede ser modelada mediante la ecuación (11), donde v es la tensión de alimentación, R y L la resistencia e inductancia de armadura, K_b y K_a las constantes de fuerza contraelectromotriz y torque respectivamente, J_m el momento de inercia del motor, B el coeficiente de fricción viscosa, y r la desmultiplicación.:

$$\frac{K_a r}{R} v - r^2 J_m \ddot{q} - r^2 \left(B + \frac{K_b K_a}{R} \right) \dot{q} = \tau \quad (11)$$

Combinando las ecuaciones (9) y (11) se obtiene el modelo dinámico completo (12), el cual se utilizará para sintetizar los controladores de movimiento del robot:

$$\left(M(q) + r^2 J_m \right) \ddot{q} + \left[C(q, \dot{q}) + r^2 \left(B + \frac{K_b K_a}{R} \right) \right] \dot{q} + G(q) = \frac{K_a r}{R} v \quad (12)$$

Donde tanto $r^2 J_m$ como $r^2 \left(B + \frac{K_b K_a}{R} \right)$ son matrices diagonales.

Para simplificar la notación durante el estudio de estabilidad de las leyes de control que se presentarán en la próxima sección, se expresará (12) como (13):

$$D(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u \quad (13)$$

De donde se puede despejar la derivada de mayor orden haciendo:

$$\ddot{q} = D(q)^{-1} (u - N(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)) \quad (14)$$

La ecuación (14) será utilizada al momento de verificar la estabilidad de las leyes de control elegidas.

CONTROL DE MOVIMIENTO

Generalidades

Así como el control cinemático establece las trayectorias que deben seguir las articulaciones del manipulador a lo largo del tiempo para posicionar el efector final en la ubicación y con la postura deseada por el usuario, el control de movimiento consiste en determinar los torques que se deben aplicar al robot para que los estados (q, \dot{q}) del manipulador sigan la mencionada trayectoria. Como regla general el control dinámico de los robots se realiza en el espacio de las articulaciones. En la Fig. 3 se presenta el diagrama de bloques del modelo.

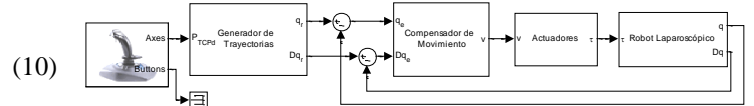


Fig. 3: Diagrama de bloques del control de movimiento del robot.

La posición de referencia en el espacio de tareas del manipulador es comandada por el cirujano, mediante un joystick de control. Se utiliza el modelo cinemático inverso para calcular la configuración en el espacio de las articulaciones que debe adoptar el robot para posicionar la cámara endoscópica. Con este dato se generan los estados de posición y velocidad de referencia que deberá seguir cada articulación del robot. La ley de control compara los estados de referencia con los estados (q, \dot{q}) medidos en las articulaciones del robot para generar el vector de tensión aplicable a los actuadores, los que generan las fuerzas que mueven al robot.

Requerimientos de Control

Definir los requerimientos de control del robot es fundamental para fijar el camino de diseño de la ley de control. El diseño mecánico y los requerimientos de velocidad y aceleración fijan la capacidad mínima de los actuadores, mientras que parámetros como sobrepasamiento máximo, tiempo de establecimiento y errores de posición y velocidad acotan el diseño de los compensadores. Los requerimientos de movimiento del efector final del robot fueron establecidos por los cirujanos entrevistados. Se establecieron así las cotas de velocidad en el espacio cartesiano (15), que luego se transformaron en cotas de velocidad angular en el espacio de las articulaciones.

$$\bar{v}_{x,y,zTCP}^0 = 0.10 \frac{m}{seg} \quad (15)$$

Las aceleraciones de las articulaciones están acotadas por las características mecánicas de los actuadores.

Las cotas de posición de las articulaciones son determinadas por la mecánica del robot, y fijadas en los valores presentados en (16):

$$\begin{aligned} -0.20m &\leq q_1 \leq 0.40m \\ -1.57rad &\leq q_2 \leq 1.57rad \\ -1.57rad &\leq q_3 \leq 1.57rad \end{aligned} \quad (16)$$

Dadas las características del entorno donde operará el manipulador, se considera de gran importancia que la trayectoria del efector final no presente sobrepasamientos, y que el robot sea capaz de mantener su postura a pesar de perturbaciones.

DISEÑO DE LAS LEYES DE CONTROL

En robótica, el problema de control consiste en determinar el vector τ que es necesario aplicar al robot para que los estados del manipulador sigan una trayectoria de referencia (q_D, \dot{q}_D) . En la práctica, se puede decir que el problema de control consiste en determinar en cada instante de tiempo el vector de tensión de actuadores v cuya aplicación a bornes de los actuadores de cada articulación es necesaria para que los estados del manipulador sigan una trayectoria de referencia (q_D, \dot{q}_D) .

Existen dos corrientes a seguir para diseñar de la ley de control de un robot manipulador: La de los compensadores monoarticulares, que se diseñan para cada articulación por separado; y la de los compensadores multivariables, los cuales se diseñan teniendo en cuenta la dinámica conjunta de la planta. Los compensadores que se presentan a continuación pertenecen al primer grupo. Ambos son controladores de modos deslizantes, y sus leyes de control son similares. La principal diferencia radica en la manera en la que se sintetizan. La primera ley, llamada *Control de Modos Deslizantes Independientes con Precompensación de Gravedad*, se dimensiona considerando la dinámica de cada grado de libertad de manera independiente. La segunda ley, llamada *Control de Modos Deslizantes Vectorial con Precompensación de Gravedad* se dimensiona considerando la dinámica de la totalidad de la planta.

Control de Modos Deslizantes Independientes con Precompensación de Gravedad.

Una ley para el control deslizante de cada estado de manera independiente (esto es, sin considerar la interacción mecánica entre ellos) se plantea y desarrolla en (Utkin, 1999). La ley de control que se propone aquí es similar a la que sugiere el autor, pero contempla además la inclusión de un término proporcional al vector de fuerzas gravitatorias.

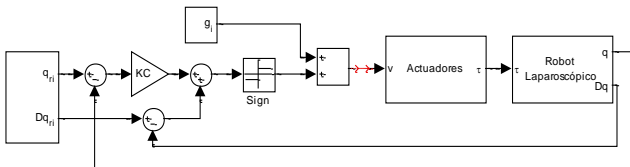


Fig. 4: Esquema de control de modos deslizantes independientes con precompensación de gravedad.

El modelo esquemático del controlador propuesto se muestra en la Fig. 4, siendo la ley de control (17):

$$u_i = u_{0i} \text{sign}(s_i) + g_i \quad (17)$$

Definiéndose la superficie deslizante como:

$$s_i = K_{ci} q_{ei} + \dot{q}_{ei} \quad (18)$$

Siendo q_{ei} y \dot{q}_{ei} los valores del error de posición y velocidad del i -ésimo eslabón respectivamente. La estabilidad asintótica del sistema a lazo cerrado se demuestra utilizando el segundo método de Lyapunov, a partir de la función candidata (19):

$$V_i = \frac{1}{2} s_i^2 \quad (19)$$

Cuya derivada temporal es:

$$\dot{V}_i = s_i \dot{s}_i = s_i (K_{ci} \dot{q}_{ei} + \ddot{q}_{ei}) = s_i (K_{ci} \dot{q}_{ei} + \ddot{q}_{di} - \ddot{q}_i) \quad (20)$$

Los componentes del vector de aceleraciones (14) se definen como:

$$\ddot{q}_i = \frac{1}{d_{ii}} \left(u_i - n_i - g_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{ij} \ddot{q}_j \right) \quad (21)$$

Donde n_i representa al i -ésimo elemento del vector N y g_i representa al i -ésimo elemento del vector G . Combinando (17) en (21) se tiene:

$$\ddot{q}_i = \frac{1}{d_{ii}} \left(u_{0i} \text{sign}(s_i) + g_i - n_i - g_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{ij} \ddot{q}_j \right) \quad (22)$$

Luego, reemplazando (22) en (20):

$$\dot{V}_i = s_i \left(K_{ci} \dot{q}_{ei} + \ddot{q}_{di} - \frac{1}{d_{ii}} \left(u_{0i} \text{sign}(s_i) - n_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{ij} \ddot{q}_j \right) \right) \quad (23)$$

Esta última ecuación se puede acotar como:

$$\dot{V}_i \leq -\frac{1}{d_{ii}^+} u_{0i} |s_i| + |s_i| \left(K_{ci} |\dot{q}_{ei}| + |\ddot{q}_{di}| + \frac{1}{d_{ii}^-} \left(n_i^+ + \sum_{j=1, j \neq i}^n m_{ij}^+ |\ddot{q}_j| \right) \right) \leq 0 \quad (24)$$

De la última ecuación se encuentra que para cumplir con las condiciones de estabilidad de Lyapunov, se debe hacer:

$$u_{0i} \geq d_{ii}^+ \left(K_{ci} |\dot{q}_{ei}| + |\ddot{q}_{di}| + \frac{1}{d_{ii}^-} \left(n_i^+ + \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{ij}^+ |\ddot{q}_j| \right) \right) \quad (25)$$

Siendo d_{ii}^+ la cota superior del elemento ij de la matriz $D(q)$, $|\dot{q}_{ei}|$ la cota de error de velocidad de la articulación i , $|\ddot{q}_{di}|$ la máxima aceleración disponible en la i -ésima articulación, y c_i^+ y b_i^+ representan las cotas de los elementos i de los vectores $C(q, \dot{q})\dot{q}$ y $b\dot{q}$ respectivamente. Las constantes K_{ci} se utilizan para ajustar los pesos relativos de q_{ei} y \dot{q}_{ei} , quedando así completamente definida la ley de control.

La síntesis de la ley de control consiste en encontrar los valores mínimos de u_{01}, u_{02}, u_{03} que hacen al sistema estable. El ajuste de la ecuación (25) para el primer eslabón queda:

$$u_{01} \geq d_{11}^+ \left(K_{c1} |\dot{q}_{e1}| + |\ddot{q}_{d1}| + \frac{1}{d_{11}^-} \left(n_1^+ + \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{1j}^+ |\ddot{q}_j| \right) \right) \quad (26)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} d_{11}^+ &= d_{11}^- = r_1^2 J_1 + m_1 + m_2 + m_3 \\ n_1^+ &= |\dot{q}_1^+| r_1^2 \left(B_1 + \frac{K_{a1} K_{b1}}{R_1} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

Mientras que para la segunda articulación:

$$u_{02} \geq d_{22}^+ \left(K_{C2} |\dot{q}_{e2}| + |\ddot{q}_{d2}| + \frac{1}{d_{22}^-} \left(n_2^+ + \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{2j}^+ |\ddot{q}_j| \right) \right) \quad (28)$$

Con:

$$\begin{aligned} d_{22}^+ &= m_3 l_3^2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_{c3}^2 + 2l_2 m_3 l_{c3} + J_2 n_2^2 + I_2 + I_3 \\ d_{22}^- &= m_3 l_3^2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_{c3}^2 + J_2 n_2^2 + I_2 + I_3 \\ n_2^+ &= |\dot{q}_2| \left(r_2^2 \left(B_2 + \frac{K_{a2} K_{b2}}{R_2} \right) + |\dot{q}_3| l_2 l_{c3} m_3 \right) + |\dot{q}_3| l_2 l_{c3} m_3 (|\dot{q}_2| + |\dot{q}_3|) \\ \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{2j}^+ |\ddot{q}_j| &= d_{21}^+ |\ddot{q}_1| + d_{23}^+ |\ddot{q}_3| = (m_3 l_{c3}^2 + l_2 m_3 l_{c3} + I_3) |\ddot{q}_3| \end{aligned} \quad (29)$$

Y finalmente, para la tercera articulación se ajusta como:

$$u_{03} \geq d_{33}^+ \left(K_{C3} |\dot{q}_{e3}| + |\ddot{q}_{d3}| + \frac{1}{d_{33}^-} \left(n_3^+ + \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{3j}^+ |\ddot{q}_j| \right) \right) \quad (30)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} d_{33}^+ &= d_{33}^- = m_3 l_{c3}^2 + J_3 r_3^2 + I_3 \\ n_3^+ &= l_2 l_{c3} m_3 |\dot{q}_2|^2 + |\dot{q}_3| \left(B_3 + \frac{K_{a3} K_{b3}}{R_3} \right) r_3^2 \\ \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{3j}^+ |\ddot{q}_j| &= d_{31}^+ |\ddot{q}_1| + d_{32}^+ |\ddot{q}_2| = (m_3 l_{c3}^2 + l_2 m_3 l_{c3} + I_3) |\ddot{q}_2| \end{aligned} \quad (31)$$

En todos los casos $|\dot{q}_{ei}|$ y $|\ddot{q}_{di}|$ son definidos por el diseñador.

Control de Modos Deslizantes Vectorial con Precompensación de Gravedad.

El control deslizante de los estados en conjunto se plantea y desarrolla en (Utkin, 1999). El esquema de control se presenta en la Fig. 5, mientras que la ley de control es la expresada en (32):

$$u = u_0 \frac{s}{\|s\|_2} + G(q) \quad (32)$$

Donde las superficies deslizantes son definidas por:

$$s = K_C q_e + \dot{q}_e \quad (33)$$

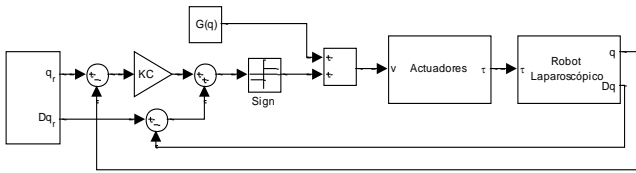


Fig. 5: Esquema de control de modos deslizantes vectorial con precompensación de gravedad.

La estabilidad de la ley de control se verifica a partir de la función candidata de Lyapunov (34):

$$V = \frac{1}{2} s^T s = s^T \dot{s} \quad (34)$$

Operando de manera similar al caso anterior se puede verificar que la ley es estable siempre que se cumpla (35):

$$u_0 \geq D^+ \left(K_C |\dot{q}_e| + |\ddot{q}_d| + \frac{N^+}{D^-} |\dot{q}| \right) \quad (35)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} D^+ &= \max \{ eig (M + r^2 J) \} \\ D^- &= \min \{ eig (M + r^2 J) \} \end{aligned} \quad (36)$$

$$N^+ |\dot{q}| = \|N^+ \dot{q}\|_2 = \sqrt{\max \{ eig (N^+ |\dot{q}|^T N^+ |\dot{q}|) \}}$$

Y $|\dot{q}_e|$ y $|\ddot{q}_d|$ son las cotas máximas de error de posición y aceleración deseadas, definidas por el usuario.

VALIDACIÓN DE LAS LEYES DE CONTROL: SIMULACIONES

Objetivos de las Simulaciones

Una vez seleccionadas y sintetizadas las leyes de control de movimiento es necesario evaluar su performance, considerando como objetivos principales la estabilidad de los sistemas, la capacidad de mantener al robot dentro de los límites de velocidad lineal establecido en el espacio de tareas del robot, y la capacidad de recuperarse ante perturbaciones.

Dada la complejidad del sistema en estudio (multivariable, no lineal) los parámetros de la teoría de control clásica, tales como sobrepasamiento y tiempo de establecimiento, no resultan suficientes para evaluar cuantitativamente el desempeño del sistema. Existen criterios basados en el error de la variable controlada que pueden ser aplicados a sistemas no lineales, siendo los más conocidos el Índice de la Integral del Valor Absoluto del Error, y el Índice de la Integral del Valor Absoluto del Error Ponderado en el Tiempo, cuyas expresiones se muestran en (37) y (38):

$$IAE = \int_{t_0}^{t_f} |e(t)| dt \quad (37)$$

$$ITAE = \int_{t_0}^{t_f} t |e(t)| dt \quad (38)$$

El uso más difundido de estos índices es el ajuste de compensadores PI y PID, pero también son conocidos por su utilidad en sistemas no lineales (Mireles Martínez, 2007), (Mireles, 2006), (Eronini; Umez; Eronini, 2001) así como para evaluar el desempeño de controladores de modos deslizantes (S Tokat, 2002). Sin embargo, los índices presentados en (37) y (38) se basan en el error de una sola variable, y en el control de movimiento interesa la evolución de dos: posición y velocidad.

Se propone modificar los índices presentados para adaptarlos a la evaluación de control de movimiento de la siguiente manera:

$$IAE^* = \int_{t_0}^{t_f} \frac{|e(t)|}{|e(t)|_{\max}} dt + \int_{t_0}^{t_f} \frac{|\dot{e}(t)|}{|\dot{e}(t)|_{\max}} dt \quad (39)$$

$$ITAE^* = \int_{t_0}^{t_f} t \frac{|e(t)|}{|e(t)|_{\max}} dt + \int_{t_0}^{t_f} t \frac{|\dot{e}(t)|}{|\dot{e}(t)|_{\max}} dt \quad (40)$$

En los indicadores (39) y (40) el primer término se calcula a partir del error de posición, mientras que el segundo se computa a partir del error de velocidad. Al estar normalizados, ambos términos comparten las mismas unidades y peso, por lo que pueden ser sumados y comparados. En ambos casos, se fija t_0 como el instante inicial de cada experimento, mientras que t_f se determina a partir de la amplitud del movimiento que deba realizar el robot, considerando la máxima velocidad de los actuadores.

A continuación se presentarán dos de los escenarios propuestos, no sin antes comentar brevemente el generador de estados en el espacio de tareas implementado para las simulaciones.

Generador De Estados en Tiempo Real

El generador de estados de un robot manipulador es el encargado de generar los perfiles de movimiento que debe seguir cada articulación para trasladar el TCP del robot desde la posición actual $(x, y, z)^T$ hasta una posición arbitraria $(\dot{x}_d, \dot{y}_d, \dot{z}_d)^T$, respetando los requerimientos de velocidad y aceleración impuestos y/o pasando por posiciones intermedias, definidas o no por el usuario. Esto implica conocer el estado inicial (q, \dot{q}) de las articulaciones y generar los estados intermedios para llegar al estado deseado (q_d, \dot{q}_d) . Esta información es utilizada por los compensadores diseñados para controlar las articulaciones del robot. En ciertos casos, el controlador de movimiento requiere también información de la aceleración de las articulaciones, por lo que la misma debe ser incluida, conformándose la terna $(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d)$.

Para el robot laparoscópico se puede plantear un enfoque diferente, ya que se prevé que las señales de entrada podrán ser comandos de velocidad (v_{xd}, v_{yd}, v_{zd}) en los ejes coordenados del TCP que serán generados por el cirujano utilizando un joystick de control.

La generación de estados en tiempo real en el espacio de tareas del manipulador se implementó con el sistema de lazo cerrado prototipo de segundo orden que se muestra en la Fig. 6:

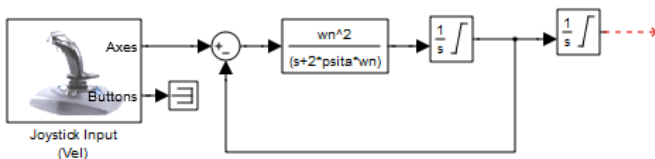


Fig. 6: Generador de estados en el espacio de tareas del robot, generados a partir de los comandos introducidos por el operador.

El principio de funcionamiento es el siguiente: El operador utiliza el joystick de comando para ingresar el vector de velocidades deseadas $(\dot{x}_d, \dot{y}_d, \dot{z}_d)^T$ del efector final en el espacio de tareas. El sistema de segundo orden genera los estados de aceleración y velocidad, mientras que el estado de posición del efector final es generado por el integrador conectado en cascada con el primer sistema. Se agregaron saturaciones a los integradores para mantener la velocidad y posición dentro de los límites físicos del robot.

En la Fig 7 se observan las salidas del sistema para una entrada pulsante de $0.08m/seg$ de amplitud, considerando $\zeta = 1$ y $\omega_n = 10$.

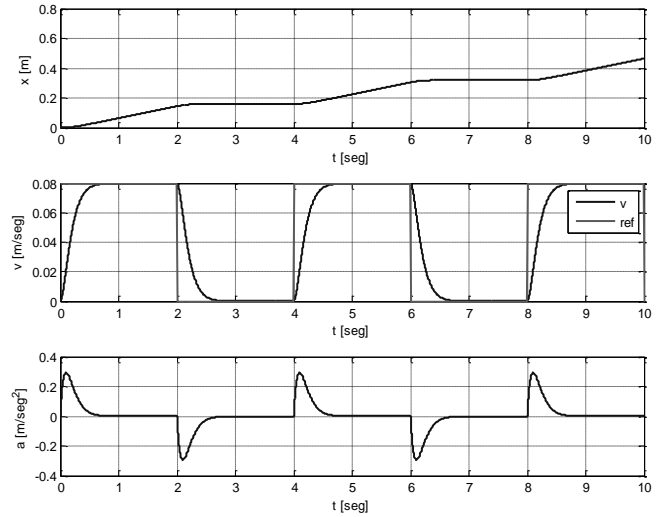


Fig. 7: Perfiles de Posición, Velocidad y Aceleración para un eje.

Estos valores son utilizados en conjunto con el modelo cinemático inverso para determinar la evolución de los estados deseados (q_d, \dot{q}_d)

Primera Simulación: Posicionamiento en el Origen

En este ensayo se evaluará la capacidad de los compensadores de llevar al robot al estado de equilibrio $(q, \dot{q}) = (0, 0)$ partiendo de condiciones iniciales expuestas en (41).

$$q = 0.1 \begin{bmatrix} 0.4 & -\frac{\pi}{4} & \frac{\pi}{4} \end{bmatrix}^T [\text{rad}] \quad (41)$$

$$\dot{q} = [0.001 \quad 0.1 \quad -0.14]^T [\text{rad} / \text{seg}]$$

En las Fig. 8 y Fig. 9 se presentan los planos de fase con la evolución del error de los estados para los compensadores propuestos. En la Tabla I se presentan los índices de performance de ambas leyes de control para el caso propuesto.

Se observa que la respuesta de ambos sistemas es similar, siendo ambos estables. En ambos casos, una vez que las articulaciones q_1 y q_3 entran a la superficie deslizante no la abandonan. Una mención especial merece q_2 : La interacción mecánica con la tercera articulación, no contemplada en ninguna de las leyes de control, provoca una ligera oscilación en la velocidad de la articulación.

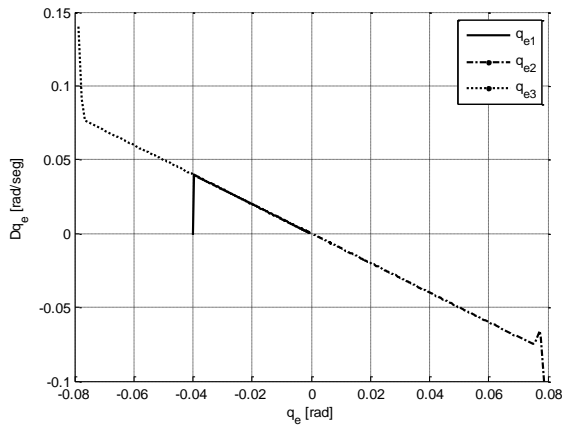


Fig. 8: Evolución del error de los estados del controlador de modos deslizantes independientes con precompensación de gravedad.

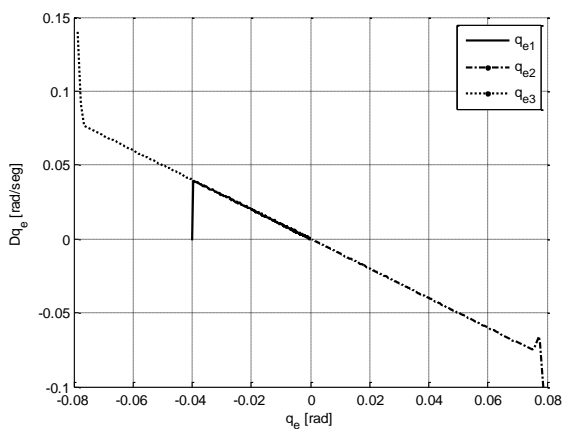


Fig. 9: Evolución del error de los estados del controlador de modos deslizantes vectorial con precompensación de gravedad.

Los índices de performance presentados en la **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.** dan cuenta que la respuesta de ambos compensadores es similar, siendo algo menores los del compensador de modos deslizantes independiente.

TABLA I
ÍNDICES DE BONDAD DEL PRIMER ENSAYO

Ley de Control	IAE*	ITAE*
Independiente	5.3073	9.4477
Vectorial	5.3129	9.5021

Segunda Simulación: Posicionamiento en un Punto Arbitrario con Variaciones en el Modelo del Manipulador

El objetivo de este ensayo es estudiar el comportamiento de los compensadores cuando existen diferencias entre el modelo matemático con el que fueron sintetizados y el robot real que deben controlar. El ensayo consiste en generar las trayectorias para posicionar el efector final en un punto arbitrario, a partir de la configuración en reposo del manipulador, usando para la simulación un modelo estimado del robot en vez del modelo nominal. Las coordenadas en el espacio de tareas del efector final son

$p_{TCP} = [1.5 \ 0 \ 1]^T$, mientras que las del punto arbitrario son $p_{TCPd} = [1.3 \ 0.3 \ 1.1]^T$.

En la Fig 10 se muestran los perfiles de referencia de posición, velocidad y aceleración del TCP en el espacio de tareas.

En las Fig. 11 y Fig. 12 se presentan las evoluciones espaciales del efector final del robot en línea continua. La evolución de la referencia se presenta en línea de puntos.

Cualitativamente se determina que ambas leyes de control son estables. Un análisis minucioso de las respuestas revela que ambos compensadores responden según los requerimientos fijados.

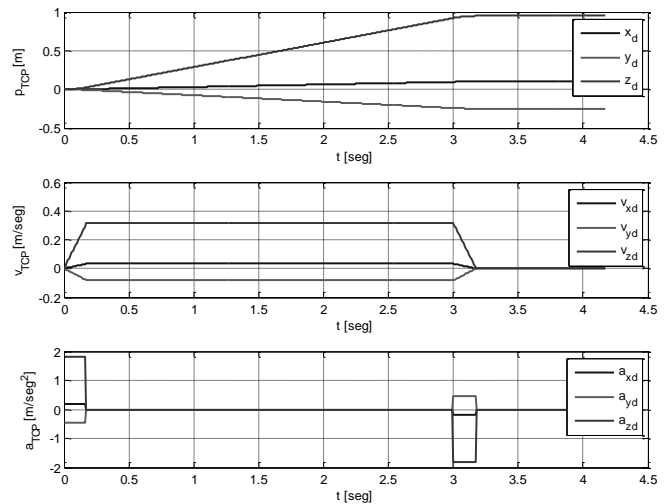


Fig. 10: Perfiles de Posición, Velocidad y Aceleración en el espacio de tareas.

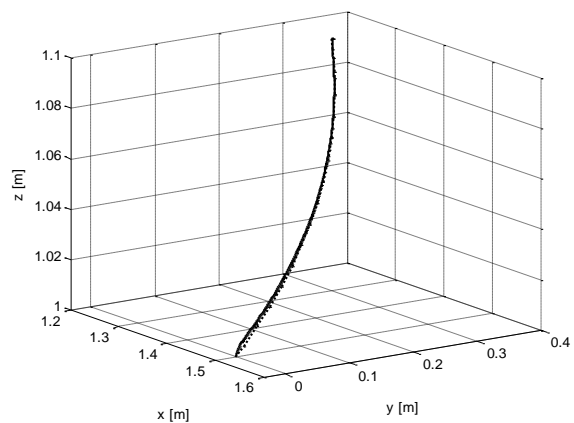


Fig. 11: Evolución del efector final, controlador de modos deslizantes independientes con precompensación de gravedad.

Los índices de bondad para este ensayo se presentan en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

TABLA II
ÍNDICES DE BONDAD DEL SEGUNDO ENSAYO

Ley de Control	IAE*	ITAE*
Independiente	0.0476	0.0918
Vectorial	0.0488	0.0957

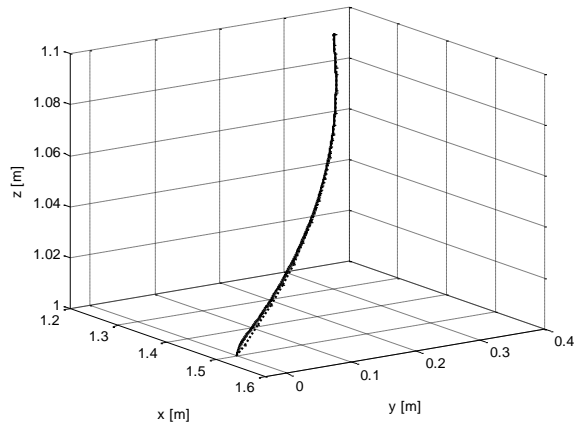


Fig. 12: Evolución del efector final, controlador de modos deslizantes vectorial con precompensación de gravedad.

CONCLUSIONES

Comparando las respuestas e índices de bondad de los ensayos realizados se confirma que ambos compensadores de modos deslizantes son estables y robustos. En cuanto a los índices de bondad, es el diseño *independiente* el que presenta mejores resultados, aunque la diferencia con el diseño *vectorial* no es sustancialmente importante como para justificar la complejidad de la síntesis de la primera ley, especialmente si se aplica a cadenas cinemáticas de mayor complejidad.

Se diseñaron dos índices de bondad cuyo cómputo es sencillo, y que permiten evaluar y comparar el desempeño de los distintos compensadores de movimiento que se desarrollarán a medida que el robot laparoscópico evolucione.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Barrientos, A. e. a., (1997). *Fundamentos de Robótica*. s.l.:McGraw-Hill.
- [2] Craig, J. J., (2006). *Robótica*, 3ra Edición. s.l.:Prentice Hall.
- [3] Eronini; Umez; Eronini, (2001). *Dinámica de Sistemas y Control*. México: Thomson Learning.
- [4] Kelly, R. y. S. V., (2003). *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*. s.l.:Pearson Educación.
- [5] Mireles Martínez, J. R. G. R. G. V. e. a., (2007). "Controladores de Seguimiento de Trayectoria de Robots Manipuladores, un Estudio Comparativo". 8° Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica.
- [6] Mireles, J. R. M., (2006). "Controladores de Robots Rígidos: Un Análisis Comparativo entre las Metodologías de Control Clásico, Adaptable y Robusto Basadas en Métodos de Lyapunov". Cuernavaca, Mexico: Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- [7] Moreno, L., Garrido, S. & Balaguer, C., (2003). *Ingeniería de Control. Modelado, análisis y control de sistemas dinámicos*. Primera edición ed. Barcelona: Ariel Ciencia.
- [8] Tokat, I. E. e. a., (2002). "A New Design Method for Sliding Mode Controllers Using a Linear Time-Varying Sliding Surface". *Proc Instn Mech Engrs* Vol 216 Part I: J Systems and Control Engineering, pp. 455-466.
- [9] Spong, M. e. a., (2006). *Robot Modeling and Control*. s.l.:John Wiley & Sons.
- [10] Utkin, V. e. a., (1999). *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. s.l.:Taylor & Francis.