

Seguimiento Automático del Terreno para un Aeroaplicador Autónomo

Pedro P. Mitidieri¹, Bernardo M. Concia² y Augusto J. Zumarraga³

^{1,2} Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería - UNLP, La Plata, Argentina

³ Centro Tecnológico Aeroespacial, Facultad de Ingeniería - UNLP, La Plata, Argentina

Fecha de recepción del manuscrito: 01/02/2019

Fecha de aceptación del manuscrito: 28/05/2019

Fecha de publicación: 15/07/2019

Resumen— Las aeronaves aeroaplicadoras son ampliamente usadas para dispersión de productos en la actividad agropecuaria y para la lucha contra incendios. En particular la aeroaplicación implica riesgos significativos para el piloto, requiriendo de su parte una concentración constante; especialmente si existen obstáculos en el terreno que deben ser evitados. En este trabajo se presenta una estrategia de control automático para realizar la tarea de seguimiento del terreno de forma autónoma. Esto podría utilizarse tanto en aeronaves tripuladas como en no tripuladas. En primer término se presenta un análisis de requerimientos, necesidades de sensado y estrategias de evasión. Luego se propone una arquitectura de control que permita manejar restricciones en el ángulo de ataque para prevenir la entrada en pérdida y factores de carga excesivos. Se utiliza una síntesis LQR para definir los reguladores usando un modelo dinámico de cuerpo rígido. Los resultados se verifican mediante una simulación.

Palabras clave— seguimiento de terreno, vuelo autónomo, aero-aplicación

Abstract— Agricultural aircrafts are widely used in fire fighting and aerial application in agriculture. Particularly, crop-dusting is a highly dangerous activity for the pilot, who must remain focus all the time; specially when there are obstacles which must be avoided. In this paper, an automatic control strategy for autonomous terrain following is presented. This could be used either in manned or unmanned aircrafts. Firstly, an analysis of general requirements, measuring capabilities and avoidance strategies is presented. Secondly, a control architecture is proposed, which is able to restrict the angle of attack to avoid stall and excessive load factors. The regulators are defined by a LQR's synthesis using a rigid body's dynamic model. The results are verified through a simulation.

Keywords—terrain following, autonomous flight, aerial application

INTRODUCCIÓN

El uso de aeronaves para la aplicación aérea en la producción agrícola es una práctica extendida y consolidada en nuestros días; que data desde mediados del siglo XX. Sin embargo los desarrollos tecnológicos que han revolucionado la seguridad en la aviación comercial no han tenido mayor impacto en este campo, a excepción de la incorporación de los sistemas de posicionamiento global (banderillero satelital). El resultado es que aún hoy sigue siendo una tarea de riesgo para los pilotos. Se dice que "los pilotos especializados en fumigación aérea (*cropdusters*, en inglés) son el colectivo profesional con más posibilidades de morir en un accidente laboral". Y la razón es obvia: la tarea requiere dis-

persar productos sobre todo el terreno procurando alcanzar una correcta distribución. Para la aplicación de pesticidas líquidos existen dos parámetros fundamentales que deben ser ajustados para que se produzca una correcta dispersión del pesticida. La primera es la altitud, que es fuertemente dependiente de las condiciones meteorológicas. Si la velocidad de viento es alta, se debe realizar la aplicación a una baja altura. Sin embargo, de ser ésta demasiado pequeña, las gotas de producto no tienen el tiempo suficiente para esparcirse y realizar la cobertura deseada del cultivo. Por otro lado, si la velocidad de viento es baja, se puede realizar la aplicación a una altura mayor sin peligro de que exista deriva.

Por la combinación de las condiciones anteriores el trabajo de aplicación se vuelve peligroso. Nos proponemos diseñar un sistema de control y guiado que permita reducir los riesgos. Para ello el control no sólo debe mantener tanto la altura como la velocidad en los valores correctos, sino que también requiere definir y ejecutar trayectorias de evasión para los obstáculos que se encuentren en su camino.

El problema abarca tres aspectos fundamentales: detección, guiado y control. A su vez los requerimientos asociados dependen de las capacidades de la aeronave y de los objetivos y limitaciones de diseño que se deben establecer para una operación segura y confortable, pero al mismo tiempo eficiente en cuanto a maximizar el área efectivamente trabajada. Comenzaremos evaluando estos requerimientos, para pasar luego a la evaluación de las cuestiones asociadas a la planificación de trayectorias y los sistemas de control necesarios para su ejecución.

CONTEXTO

Normalmente la aero-aplicación sobre cultivos se realiza a una altura respecto de la parte superior del cultivo que es usualmente entre 2,4 a 3,7 metros (O'Connor-Marer, 2013). Por lo tanto resulta razonable requerir un error menor de 0,5m en el control de altura. La velocidad de vuelo debe mantenerse constante en el valor definido por la calibración de los aplicadores, excepto que se cuente con controladores del flujo volumétrico. De todas formas el rango de velocidades típicas de aplicación es entre 120 mph (54 m/s) y 140 mph (62 m/s) (O'Connor-Marer, 2013). Establecemos una tolerancia de 5 textm/s en el control de velocidad, aunque esto debería definirse en función de las especificaciones de los aplicadores.

Para la evasión se pretende mantener los factores de carga entre 0.5g y 2g. Esto implica que para evadir un obstáculo que exceda en 10m la altura de vuelo con 0.5g de aceleración positiva hasta alcanzar la mitad y 0.5g de desaceleración hasta alcanzar la altura final (factores de carga 1.5g y 0,5g) se requerirá un tiempo de:

$$t = 2\sqrt{\frac{2h/2}{a}} = 2\sqrt{\frac{10}{0,5 \times 9,81}} = 2,86 \text{ s.} \quad (1)$$

Volando a 62 m/s (140 mph) la distancia para iniciar la maniobra debe ser superior a los 178m. Si embargo una variación instantánea de la aceleración no es posible. Con una variación exponencial de la velocidad vertical, más adecuada para una aeronave, se tiene que:

$$\dot{h} = -\frac{1}{t_f}h \quad \rightarrow \quad h(t) = h_0 \left(1 - e^{-t/t_f}\right). \quad (2)$$

Derivando la ec. (2) se puede evaluar la aceleración asociada:

$$\ddot{h} = -\frac{1}{t_f}\dot{h} = \frac{1}{t_f^2}h. \quad (3)$$

Limitando la derivada a $0,5g \approx 5 \text{ m/s}^2$ para $h = 5 \text{ m}$ se tiene $t_f \approx 1 \text{ s}$. El tiempo total entre aceleración y desaceleración será aproximadamente 8 veces esta constante de tiempo, correspondiéndose a una distancia recorrida del orden de los 500m. En caso de obstáculos muy altos la evasión debería ser lateral. Con un viraje escarpado (45° de rolido) la aceleración centrípeta sería $a_c = g/\text{sqrt}(2) = 6,94 \text{ m/s}^2$, lo cual volando a 62 m/s implicaría un radio de curvatura $R = v^2/a_c = 554 \text{ m}$. Por lo tanto, el sistema de detección debería tener un alcance de al menos 1000m.

Como requerimiento debe considerarse también el de mantener en todo momento el ángulo de ataque por debajo



Fig. 1: Avión agrícola Air Tractor AT402B

de un nivel de seguridad para evitar una entrada en pérdida accidental y la velocidad indicada por encima de un valor mínimo que permita sostener el vuelo (normalmente 1.3 veces la velocidad de pérdida para vuelo recto y nivelado).

Como caso de estudio consideraremos una aeronave popular para este tipo de trabajos, el Air Tractor 402B (ver Figura 1). Este posee un peso de despegue de 4159kg, y 3175kg en aterrizaje. El peso vacío es de 1950kg y su carga útil de 2209kg). La planta alar es rectangular con superficie de $28,45 \text{ m}^2$.

DETECCIÓN

La detección de obstáculos y el seguimiento del terreno puede realizarse con sensores de rango o mediante procesamiento de imágenes. Actualmente existen sensores de rango de tipo LIDAR (*laser imaging detection and ranging*) de costo moderado para rangos de 500m a 1000m con precisión del orden de los centímetros; algunos de ellos con capacidad de barrido en uno y dos ejes.

Para el control de altura el detector puede mantenerse apuntado con un ángulo por debajo del horizonte para determinar la altura del terreno con cierta anticipación. Una variación del terreno a 250m por delante debería ser compensada en 4 segundos. El sensor podría instalarse sobre la cabina, a unos 2,75m por encima de las ruedas, pero aun así volando a 2,5m de altura el ángulo de apuntamiento sería de apenas $1,2^\circ$. Esto implica que se requerirá un sensor de menor alcance para la medición de altura de proximidad, y otro para la detección temprana de variaciones de altura y obstáculos hacia adelante.

De la lectura de ángulo de apuntamiento y distancia se obtiene la separación vertical entre la aeronave y el punto medido. Esto permite construir un mapa del terreno e identificar obstáculos.

GUIADO

A continuación se desarrolla el sistema de guiado de la aeronave.

Modelo del terreno

En base a información preexistente y detección en tiempo real es posible construir un modelo del terreno y sus obs-

táculos. Se ha optado por establecer una discretización en intervalos de 10 centímetros, tomando como referencia un sistema de coordenadas local en el área de trabajo. Para cada punto se almacena la altura del terreno, la requerida para la trayectoria y la velocidad de vuelo nominal.

Los valores nominales se inicializan con la altura y velocidad establecidas para la aeroaplicación en función de las condiciones atmosféricas. Éstas se modifican posteriormente en función de los obstáculos conocidos y aquellos detectados en tiempo real determinando las trayectorias de evasión adecuadas.

Evasión

Para cada obstáculo se calcula una trayectoria que permita evadirlo de la manera más rápida posible sin exceder las restricciones establecidas de aceleración, ángulo de ataque y velocidad de vuelo; estableciendo transiciones suaves entre el vuelo a nivel del terreno y la trayectoria de evasión para evitar exceder los límites de las acciones de control y respuestas transitorias inaceptables. Esto implica establecer continuidad en la segunda derivada de la altura entre el vuelo nivelado y las trayectoria de evasión.

El punto terminal de la trayectoria de evasión se calcula para realizar un empalme con una trayectoria horizontal a la altura del obstáculo, y estos resultados se suman a la altura base de despeje del terreno. Esto implica en principio mantener un vuelo recto y nivelado a la altura del obstáculo. En función de la medición de altura detrás del obstáculo se comienza una maniobra de sumersión para volver a la altura de vuelo nominal.

En este trabajo se han planteado dos esquemas para determinar estas trayectorias.

Trayectoria cicloidal

Una forma de establecer continuidad en las derivadas segundas entre la trayectoria de evasión y el vuelo recto es la de utilizar curvas cicloidales. Éstas se describen mediante ecuaciones expresadas en términos de un ángulo de giro (Serrano Muñoz, 2010). Para el ascenso:

$$S = L_i + L \left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta} \right), \tag{4}$$

$$A = \frac{\omega^2 2\pi L}{\beta^2} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta}, \tag{5}$$

mientras que para el descenso:

$$S = L_i - L \left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta} \right), \tag{6}$$

$$A = - \frac{\omega^2 2\pi L}{\beta^2} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta}, \tag{7}$$

donde L_i es la condición inicial de altura, L es el valor máximo de altura respecto del valor inicial, θ es la variable medida en ángulo, β es el largo total de la maniobra en términos angulares, y ω es la velocidad angular con la que se recorre la curva, que se considera constante. El ángulo se asocia directamente con el avance de la aeronave, y la velocidad angular se calcula en base a la velocidad respecto del terreno. Por lo tanto sólo resta hallar un valor para β y para hacerlo se tiene en cuenta que el factor de carga límite permitido (1g). La

TABLA 1: DATOS UTILIZADOS PARA LA OBTENCIÓN DE LA FIGURA 2.

Velocidad de vuelo	53,6 m/s
Altura del obstáculo	10m
Luz	0m
Aceleración máxima	9,8 m/s ²

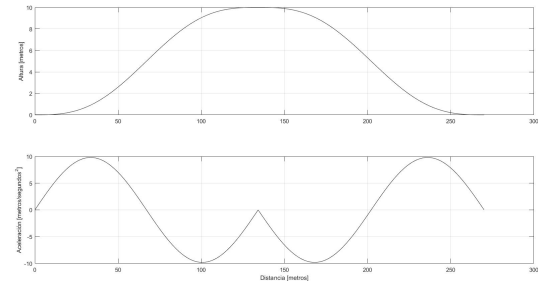


Fig. 2: Trayectoria cicloidal ascendente y descendente.

ecuación que la describe llega al máximo cuando el seno es unitario y tiene un valor de $\omega^2 2\pi L / \beta^2$, de donde se despeja el valor de β . El mismo marca el largo requerido para realizar la evasión y con ello se puede posicionar la trayectoria de forma tal que sirva de referencia para el control de altura. En estos cálculos se toma como valor cero la altura de vuelo en el modo de seguimiento y termina a una altura igual a la requerida para el despeje del obstáculo.

En la Figura 2 se muestran la trayectoria y la aceleración para el ascenso y para el descenso. Estas gráficas fueron calculadas en base a los datos de la Tabla 1. siguientes condiciones.

Campo potencial

Otra alternativa para definir una trayectoria de evasión suave es la de seguir las líneas de flujo de un “campo potencial virtual”. Este campo se construye incluyendo en un flujo uniforme singularidades (fuentes, sumideros y vórtices) asociadas a los obstáculos. La trayectoria se determina por superposición de las influencias de las diferentes singularidades con el flujo uniforme, integrando numéricamente el vector velocidad resultante (Katz y Plotkin, 2001).

Si bien existen varias alternativas, en este trabajo se han utilizado dobles puntuales asociados a los obstáculos (en la Figura 3 se muestra un ejemplo con cuatro dobles).

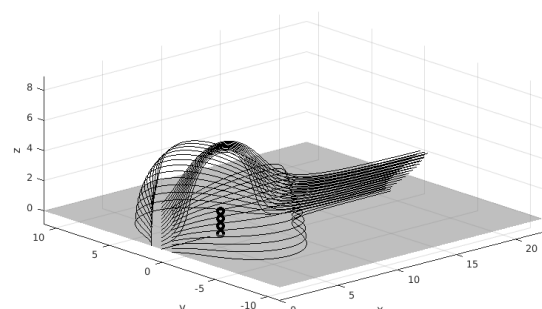


Fig. 3: Trayectorias de flujo para un campo potencial.

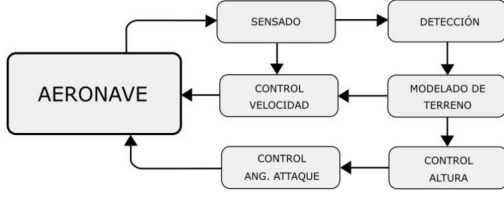


Fig. 4: Esquema de la arquitectura de control.

CONTROL

Arquitectura

El sistema de control se separa en un lazo de control de velocidad, que actúa sobre el acelerador; y un control de altura. Este último se divide en un lazo interno de control de ángulo de ataque que actúa sobre el elevador, comandado por un lazo externo de control para la altura relativa, ya sea respecto del terreno o de la trayectoria de evasión, todo esto se ve representado en la Figura 4. Esta descomposición permite acotar el ángulo de ataque y abstraer el lazo externo de las características dinámicas de la aeronave.

Modelos dinámicos

Se utilizan técnicas de control lineal a partir de un modelo de cuerpo rígido linealizado para vuelo recto y nivelado. Los parámetros aerodinámicos se determinan mediante el paquete digital DATCOM. El modelo para la dinámica longitudinal resultante es el siguiente:

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,033 & 0,045 & 0 & -9,802 \\ -0,367 & -1,339 & 53,33 & 0,387 \\ 0,005 & -0,168 & -2,75 & 0,006 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,07 & 2,28 \\ 3,00 & 0,09 \\ -4,69 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_{th} \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

en donde u es la variación de velocidad horizontal, α es el ángulo de ataque, θ es el ángulo de cabeceo y q es su velocidad. Las entradas δ_e y δ_{th} son comandos normalizados de elevador y empuje respectivamente. De este modelo se obtienen polos con frecuencia natural de $3,55s^{-1}$ y amortiguamiento 0,58 para el modo de “período corto”, y $0,23s^{-1}$ y 0,23 para el “modo fugoide”.

Para la velocidad vertical se tiene que:

$$\dot{h} = V \sin \gamma, \quad (9)$$

donde

$$\gamma = \theta - \alpha. \quad (10)$$

Ángulo de ataque

Teniendo en cuenta que la actitud es “insensible” al modo fugoide, y que además la velocidad se encuentra controlada en paralelo por otro lazo de control; para la dinámica de la actitud podemos utilizar un modelo longitudinal para velocidad

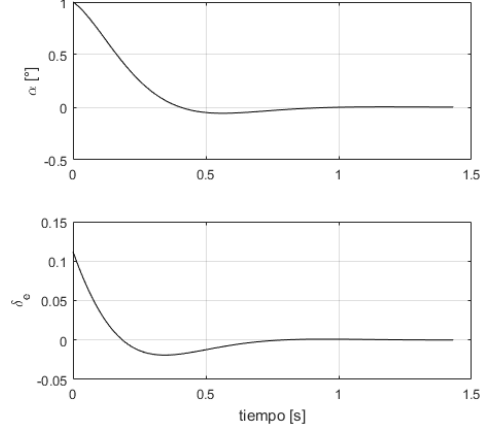


Fig. 5: Respuesta del lazo cerrado de ángulo de ataque.

cuasi-constante eliminando la primera fila de la ecuación (8). El resultado es de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \bar{\mathbf{B}}\delta_e, \quad (11)$$

donde

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \end{Bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \alpha_\alpha & \alpha_q & \alpha_\theta \\ m_\alpha & m_q & m_\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \alpha_\delta \\ m_\delta \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Y teniendo en cuenta que α_θ y m_θ son pequeños en relación a los otros coeficientes de las filas correspondientes, se puede desacoplar la dinámica del ángulo de ataque respecto del de cabeceo:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_\alpha & \alpha_q \\ m_\alpha & m_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_\delta \\ m_\delta \end{bmatrix} \delta_e. \quad (12)$$

Con una realimentación de estados

$$\delta_e = -K_\alpha \begin{Bmatrix} \alpha - \alpha_r \\ q \end{Bmatrix}, \quad K_\alpha = [k_\alpha \quad k_q], \quad (13)$$

obtenemos un modelo de lazo cerrado para la dinámica del ángulo de ataque de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = A_\alpha \mathbf{x} + B_\alpha \alpha_r, \quad (14)$$

donde α_r es la referencia para el ángulo de ataque, que se restringe para evitar una entrada en pérdida involuntaria. En este modelo:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \end{Bmatrix}, \quad A_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_\alpha - \alpha_\delta k_\alpha & \alpha_q - m_\delta k_q \\ m_\alpha - m_\delta k_\alpha & m_q - m_\delta k_q \end{bmatrix}, \quad B_\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Mediante una síntesis LQR llegamos a los siguientes valores:

$$K_\alpha = [-6,42 \quad -1,09].$$

La dinámica resultante se muestra en la Figura 5.

Altura

Para el control de altura introducimos en el modelo (11) la ley de comando para el elevador establecida la relación (13),

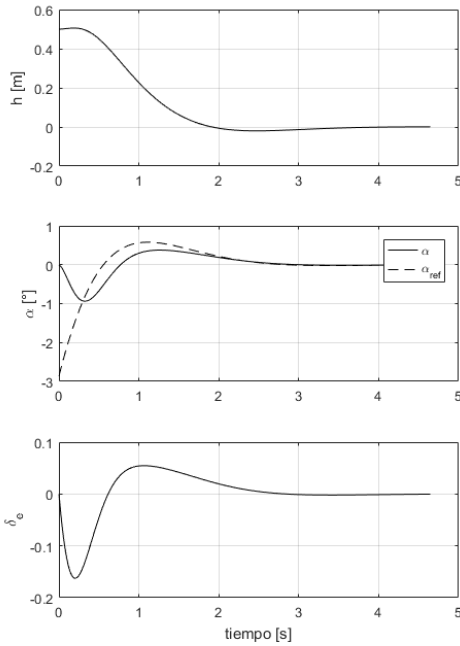


Fig. 6: Respuesta del lazo cerrado para la altura.

y aumentamos el modelo para incluir la cinemática de la altura a partir de las ecuaciones (9) y (10), lo cual arroja un modelo de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{B}}\alpha_r, \quad (15)$$

donde

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \\ h \end{Bmatrix}, \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} A_\alpha & & & \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} & & & \\ & & \begin{bmatrix} \alpha_\theta & 0 \\ m_\theta & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \\ & & & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Para el controlador de altura se elige una realimentación de estados sintetizada por LQR, resultando en las siguientes ganancias:

$$K_h = [-3,98 \quad 0,14 \quad 5,04 \quad 0,1].$$

En la Figura 6 se muestra la dinámica de lazo cerrado para la altura, que resulta de una solución de compromiso entre velocidad de respuesta y sensibilidad de la acción a los ruidos de medición.

Velocidad

Para el control de velocidad restringimos el modelo (8) para actitud fija:

$$\dot{u} = [x_u] \{u\} + [x_\alpha \quad x_q \quad x_\theta] \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \end{Bmatrix} + [x_{th}] \{\delta_{th}\}. \quad (16)$$

El segundo término del lado derecho son perturbaciones asociadas al control de ángulo de ataque y trayectoria. En este caso calculamos un control PI para lograr un ancho de banda de $0,5\text{s}^{-1}$

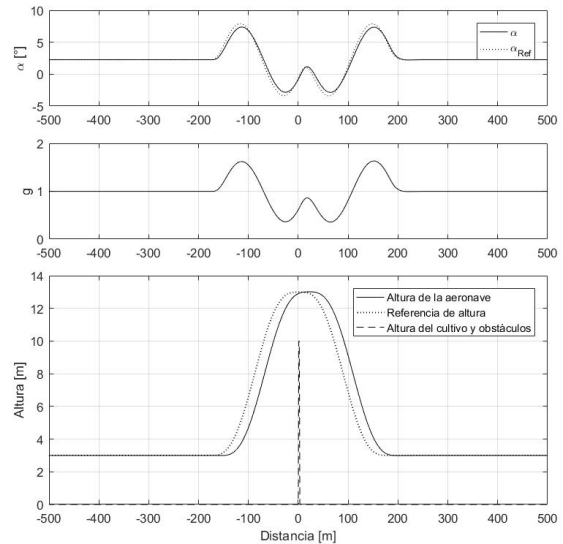


Fig. 7: Resultados de la evasión con trayectoria de referencia cicloidal.

RESULTADOS

Para evaluar las estrategias de evasión realizamos una simulación con el modelo dado por las ecuaciones (8), (9) y 10.

Para cada caso se muestra la altura, el ángulo de ataque y el factor de carga en función de la distancia al obstáculo.

En la Figura 7 observamos una transición suave al pasar de la trayectoria de fumigado hacia la evasión ya que no existen discontinuidades en el ángulo de ataque ni en el factor de carga. También, vemos que la evasión se realiza en menos de 400 metros, sumando el ascenso y descenso. Para trayectorias generadas con el campo potencial se estudian dos distribuciones de dobletes. La primera contiene seis dobletes (Figura 8) separados por 0,4m con una variación lineal de intensidad que va desde -133967 hasta -83 . El segundo (Figura 9) se forma de 31 dobletes separados por 0.4 metros, cuyas intensidades cambian linealmente desde -16410 hasta 0. Las figuras de ambos casos presentan picos en el ángulo de ataque y en el factor de carga, que aparecen cerca del obstáculo, debido a la dificultad de encontrar una línea de corriente que empalme perfectamente tanto en velocidad como aceleración con la siguiente fase del guiado. Sin embargo, al comparar las figuras notamos que el comienzo del ascenso de la aeronave se retrasa para el primer caso y, por lo tanto, la distancia respecto del borde superior del obstáculo decrece también. Esto se obtiene al realizar una variación en la distribución, por lo que verificamos que es posible obtener mejores resultados con una correcta elección de la posición, intensidad y cantidad de las singularidades.

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

De los resultados obtenidos concluimos que con la estrategia propuesta es posible mantener un seguimiento ajustado de la altura del terreno y realizar transiciones suaves a trayectorias de evasión adecuadas para evitar obstáculos en la trayectoria de vuelo.

Una evasión basada en una cicloidal empalma de forma

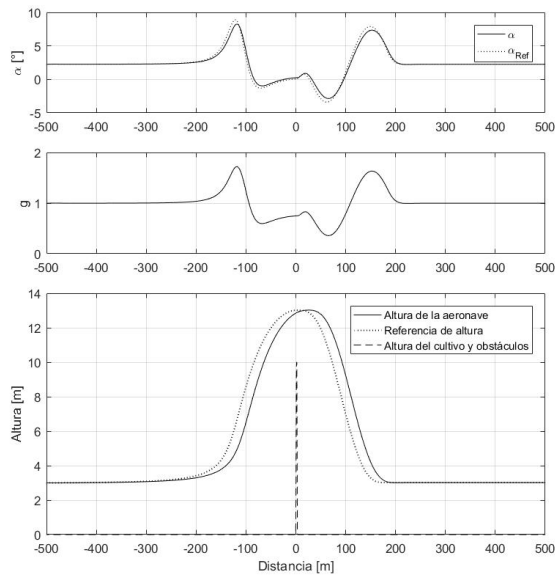


Fig. 8: Resultados de la evasión con trayectoria potencial (6 dobletes).

suave con una trayectoria de vuelo recta y sólo necesita ser calculada una vez; mientras que para las trayectorias basadas en campos potenciales no se ha encontrado un criterio definido para determinar una distribución óptima de las singularidades; pero ofrecería la posibilidad de planificar trayectorias de evasión en tres dimensiones sin restringirlas a un plano.

En el caso de obstáculos de gran altura deberían planificarse trayectorias de evasión lateral. La decisión debería basarse en un cálculo de optimización, para lo cual se requiere definir un índice de costo adecuado para su determinación.

En este sentido podría ser conveniente utilizar el campo potencial no como un generador de trayectorias, sino como generador de referencias en tiempo real para un control sobre la dirección de vuelo, en lugar de hacerlo sobre la altura. Aunque esto ha sido considerado durante el desarrollo de este trabajo, aún no se han definido los factores de peso necesarios para balancear de forma eficiente las componentes vertical y lateral para las trayectorias de evasión ante obstáculos esbeltos.

El otro aspecto a desarrollar es el de codificar los algoritmos de detección de obstáculos a partir del barrido del sensor de rango, y su validación experimental; además de evaluar estos resultados con una simulación de mayor fidelidad, incluyendo un modelo dinámico no-lineal más realista, perturbaciones atmosféricas y ruidos de medición.

REFERENCIAS

- [1] Katz, J. y Plotkin, A. (2001). *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, Inglaterra.
- [2] O'Connor-Marer, P. (2013). *Aerial Applicator's Manual - A National Pesticide aPPLICator Certification Study Guide*. National Association of State Departments of Agriculture Research Foundation, Washington DC, Estados Unidos de América.
- [3] Serrano Muñoz, A. M. (2010). *Diseño, Análisis Y Simulación De Levas Planas. Aplicación Informática CAM-DAS*, Proyecto Fin de Carrera. Departamento de Ingeniería Mecánica; Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España.

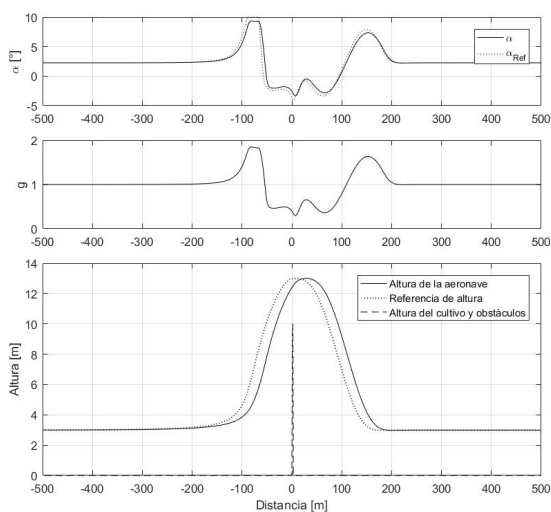


Fig. 9: Resultados de la evasión con trayectoria potencial (31 dobletes).