

Análisis de cargas aerodinámicas en un auto de competición

Carlos Sacco¹y Franco Giuggioloni¹

¹ Departamento de Mecánica Aeronáutica, Instituto Universitario Aeronáutico, Córdoba, Argentina

Fecha de recepción del manuscrito: 01/02/2019 Fecha de aceptación del manuscrito: 28/05/2019 Fecha de publicación: 15/07/2019

Resumen— En este trabajo se analizan las cargas aerodinámicas que actúan sobre un auto de competición de la categoría TC2000. Para ello, se utilizarán simulaciones de mecánica de fluidos computacional mediante el método de elementos finitos, resolviendo las ecuaciones de Navier Stokes incompresibles. Un análisis de las características planteadas puede ser realizado mediante un planteo estacionario o transitorio, donde cada uno de ellos presentan ventajas y desventajas. En el trabajo se presentarán comparaciones utilizando ambas opciones, y se propondrá un tratamiento particular de las fuerzas cuando dependan del tiempo. Finalmente se presenta un algoritmo para tener en cuenta la interacción de las fuerzas y la posición del vehículo

Palabras clave—Mecánica de Fluidos Computacional, autos de carrera, Aerodinámica.

Abstract—In this work the aerodynamic loads on a TC2000 race car are analized. This work has been done with Computational Fluid Dynamics (CFD) simulations applaying the Finite Elements Methods to solve the incompressible Navier Stokes equations. This kind of analysis can be carried out through stationary or transient approach, where each of them has advantages and disadvantages. In this work, an spetial treatment will be presented to take into account downforce depending on time. Finally an algorithm to take into account the interaction between the forces and the position of the vehicle is presented.

Keywords—Fluid Mechanics, race car, Aerodynamics

Introducción

esde hace algunos años se viene utilizando en forma intensiva la Mecánica de Fluidos Computacional (CFD) para el análisis del comportamiento aerodinámico de vehículos de competición. Los factores que propiciaron esto son múltiples; menos posibilidades de realizar pruebas en pista (acotadas por reglamento), elevados costos de los ensayos (túnel de viento) y la notable mejora en las predicciones numéricas. Otro factor que ha propiciado el incremento en el uso de CFD fue la mejora de las técnicas de escaneo 3D, tanto en lo que a equipamiento se refiere como al software de procesamiento de los datos obtenidos por el escáner. Esto permitió acortar de forma significativa el tiempo de preprocesamiento de la geometría. El análisis mediante métodos numérico de un auto de carreras brinda una gran cantidad de información, tanto a nivel local (desprendimientos, recirculación, etc) como a nivel global. Dentro de los resultados globales los más interesantes de analizar son las fuerzas y momentos que actúan sobre el vehículo en las distintas

Datos de contacto: Carlos Sacco, Av. Fuerza Aérea Argentina 6500, Córdoba, (X5010JMX), Tel: 351-4435047, csacco@iua.edu.ar

configuraciones, esto permite predecir el comportamiento del vehículo.a

FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Existe una amplia variedad de software de CFD, tanto comercial como *open source* que permite analizar de forma confiable el flujo alrededor de un vehículo de competición (Ansys Fluent, Openfoam, STAR-CCM+).

En el presente trabajo se utilizó un software de cálculo desarrollado en el departamento de mecánica del IUA. Este programa resuelve las ecuaciones de Navier Stokes incompresibles en régimen transitorio. La formulación utilizada está basada en un algoritmo de pasos fraccionados de tres pasos (Codina, 2001; Codina et al., 1998; Sacco et al., 2005). Las ecuaciones se expresan de la siguiente forma:

$$\tilde{\mathbf{u}}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \delta t \left[\mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^n - \mu \nabla^2 \mathbf{u}^n \right], \tag{1}$$

$$\nabla^2 P^{n+1} = 1 \frac{1}{\delta t} \nabla \tilde{\mathbf{u}}^{n+1}, \tag{2}$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \tilde{\mathbf{u}}^{n+1} - \delta t \nabla P^{n+1}, \tag{3}$$

donde \mathbf{u} es el vector velocidad, P la presión y δt el paso de tiempo.

Las ecuaciones se discretizan mediante el método de los elementos finitos, generando un esquema semi implícito (se condensan las matrices de masas). La estabilización de los términos convectivos de la ec. (1) y de la incompresibilidad, ec. (2), se realiza mediante un algoritmo OSS (Orthogonal Subgrid Scale) Codina (2000). El algoritmo resultante se escribe de la siguiente forma:

1. Se calculan los parámetros de estabilización, proyectando el término convectivo (ec. (4)) y el gradiente de la presión (ec. (5)) en las funciones de forma,

$$(\boldsymbol{\pi}_h^n, \mathbf{v}_h) = (\mathbf{u}_h^n. \nabla \mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h), \tag{4}$$

$$(\xi_h^n, \mathbf{v}_h) = (\nabla P_h^n, \mathbf{v}_h). \tag{5}$$

 Se calcula el momento fraccionario (ec. 6)) condensando la matriz de masas para obtener un esquema explícito.

$$\frac{1}{\delta t} \left(\tilde{\mathbf{u}}_{h}^{n+1}, \mathbf{v}_{h} \right) = \frac{1}{\delta t} \left(\mathbf{u}_{h}^{n}, \mathbf{v}_{h} \right) - \left(\mathbf{u}_{h}^{n} \cdot \nabla \mathbf{u}_{h}^{n}, \mathbf{v}_{h} \right) \\
- \nu \left(\nabla \mathbf{u}_{h}^{n}, \nabla \nu_{h} \right) \\
- \left(\tau_{1} \left(\mathbf{u}_{h}^{n} \cdot \nabla \mathbf{u}_{h}^{n} - \pi_{h}^{n} \right), \mathbf{u}_{h}^{n} \cdot \nabla \mathbf{v}_{h} \right).$$
(6)

3. Se resuelve el problema de Poisson en forma implícita mediante un algoritmo de Gradientes Conjugados con precondicionador diagonal (ec. (7))

$$(\nabla P_h^{n+1}, \nabla q_h) = \frac{\rho}{\delta t + \tau_2} \left[\left(\tilde{\mathbf{u}}_h^{n+1} - \mathbf{u}_h^n, \nabla q_h \right) - (\nabla \cdot \mathbf{u}_h^n, q_h) \right] + \frac{\rho}{\delta t + \tau_2} \left(\nabla \xi_h^n, \nabla q_h \right).$$
(7)

4. Finalmente se actualiza el valor de la velocidad (ec. (8)) para el paso actual utilizando la presión calculada previamente,

$$\left(\mathbf{u}_{h}^{n+1}, \mathbf{v}_{h}\right) = \left(\tilde{\mathbf{u}}_{h}^{n}, \mathbf{v}_{h}\right) - \frac{\rho}{\delta t} \left(\nabla p_{h}^{n+1}, q_{h}\right). \tag{8}$$

En el primer paso se resuelve la ec. (1) en forma explícita y se obtiene $\tilde{\mathbf{u}}$ (momento fraccionario); en el segundo paso se resuelve un problema de Poisson (ec. (2)) en forma implícita mediante un algoritmo de gradientes conjugados precondicionados y se obtiene el campo de presiones P^{n+1} . En el tercer paso se calcula la velocidad \mathbf{u}^{n+1} en forma explícita. Esta secuencia se repite en cada paso de tiempo.

MODELO GEOMÉTRICO Y MALLADO

En este trabajo se analizó un auto de competición perteneciente a la categoría TC2000 del equipo RAM. El modelo es un Ford Focus, modificado por el equipo según el reglamento vigente en el año 2016. La geometría fue provista por el equipo (ver Figura 1).

Dominio de análisis

El dominio de análisis se definió mediante una caja de 20 m de ancho por 20 m de profundidad y 10 m de alto. El vehículo está ubicado a 7 metros de la entrada. En la Figura 2 se puede observar la posición del vehículo en el dominio definido para el análisis.



Fig. 1: Modelo del auto analizado.

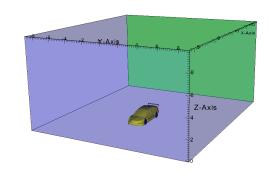


Fig. 2: Dominio de análisis.

Mallado

El mallado se realizó mediante elementos tetraédricos lineales, dando una cantidad total de 9.9 millones de elementos y 1.9 millones de nodos. En la Figura 3 se muestra un detalle de la malla de superficie en el vehículo.

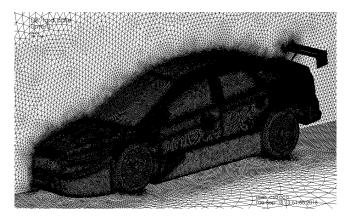


Fig. 3: Mallado de superficie del auto.

RESULTADOS

Realizar un análisis de CFD requiere que inicialmente se tomen algunas decisiones referentes al planteo del problema que pueden influir notablemente en el resultado. Entre estos puntos, el más importante es decidir si se realizará un análisis transitorio o estacionario. En la mayoría de los casos se inclinan por utilizar algoritmos estacionarios, que requieren un menor esfuerzo computacional. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el problema físico al que nos estamos enfrentando es de naturaleza netamente inestacionaria, por lo tanto los resultados que se obtienen pueden ser incorrectos (Basara y Tibaut, 2004). Una prueba de lo forzado que resulta utilizar algoritmos estacionarios, es la dificultad que se tiene para lograr la convergencia del problema, esto está directa-



mente relacionado con el comportamiento inestacionario del problema.

Por otro lado se debe tener en cuenta que la utilización de algoritmos transitorios requieren un mayor esfuerzo computacional, además el análisis de los resultados suele presentar mayor complejidad.

Cálculo de Fuerzas y Momentos

Como resultados de la simulación se obtienen los campos de velocidad y presión para cada punto del dominio de análisis en función del tiempo. A partir de los mismos se pueden calcular las fuerzas y momentos que actúan sobre el vehículo. Los resultados más importantes para un caso sin componente lateral de velocidad, son: la fuerza de resistencia al avance F_x , sustentación F_z y el momento M_y (tomando el sistema de referencia que se observa en la Figura 2). Por lo general estas fuerzas se utilizan como coeficientes adimensionales C_x y C_z , respectivamente.

Down Force

Dentro del ambiente del automovilismo a la fuerza total que actúa en la dirección Z se la conoce como Down Force y se la define como $-F_z$. En la Figura 4 se muestran los resultados obtenidos para una simulación realizada a una velocidad de 50 m/s de la Down Force en función del tiempo. En esta figura se puede apreciar claramente que los resultados obtenidos son fuertemente dependientes del tiempo.

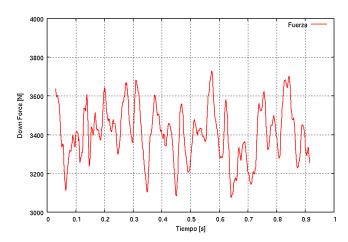


Fig. 4: *Down Force* $(-F_z)$ en función del tiempo.

Desde el punto de vista práctico, es mas útil tener la información de la carga aerodinámica distribuida en los ejes del vehículo, esto se debe a que el comportamiento del auto depende de la forma en que se transmiten dichas cargas al suelo. Conociendo el momento y las fuerzas se pueden calcular las resultantes de las fuerzas en ambos ejes, este resultado se muestra en la Figura 5. En este caso, y debido a la configuración adoptada, el eje delantero está notoriamente más cargado que el eje trasero.

Resistencia

Otra fuerza que resulta muy importante para el análisis del comportamiento de un vehículo es la resistencia aerodinámica. Para el caso simulado en este trabajo, el comportamiento de la misma se muestra en la Figura 6. De la misma forma

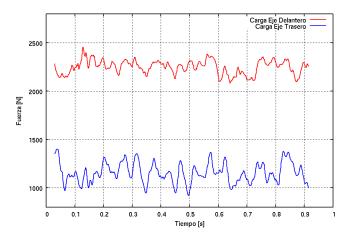


Fig. 5: Fuerza aerodinámicas medidas en los ejes en función del tiempo.

que en las curvas anteriores se puede observar una fuerte dependencia con el tiempo.

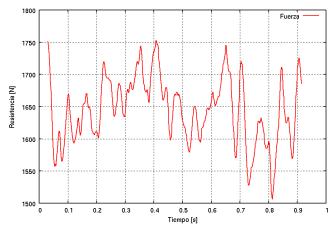


Fig. 6: Resistencia aerodinámica en función del tiempo.

Analisis en el tiempo

En el análisis transitorio realizado mediante CFD, existe una período de tiempo inicial donde los valores obtenidos no son físicos, esto se debe a que las condiciones iniciales planteadas no satisfacen la solución del problema, por lo general se impone una velocidad constante V_{∞} en todo el dominio. Por otro lado, se suelen utilizar algoritmos que permiten aumentar la velocidad de convergencia (por ejemplo, paso de tiempo local, suavizado de residuos, etc.) hasta que la solución entre en régimen.

En el caso de las simulaciones presentadas en este trabajo se eliminaron los primeros 0,55 segundos. Este tiempo se definió de forma tal que las perturbaciones iniciales, viajando a la mitad de la velocidad de la corriente libre, puedan alcanzar la salida del dominio.

En la Figura 7 se presenta la evolución de la fuerza $-F_z$ respecto del tiempo. En la primer parte de la curva se observa que los resultados presentan una tendencia claramente decreciente, mientras que a partir de los 0,55 segundos el comportamiento muestra cierta regularidad. En la figura se marcó mediante una linea azul la zona que se descarta de la simulación.

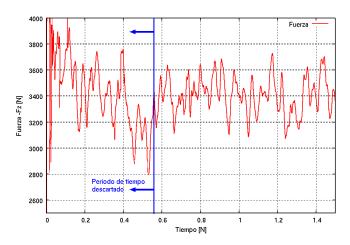


Fig. 7: Fuerza en función del tiempo.

Modelo Matemático (Down force)

Las cargas aerodinámicas aplicadas sobre el vehículo pueden producir una variación en la altura y en la incidencia del mismo debido al sistema de suspensión sobre el que se encuentra montado. Esta modificación en la posición final del vehículo puede generar cambios en la misma carga aerodinámica que se está aplicando.

El resultado de la aplicación de las cargas aerodinámicas puede derivar en un proceso dinámico en el cual, además de las fuerzas aerodinámicas intervienen las fuerzas másicas y las características del sistema de suspensión (resortes y amortiguadores) del vehículo analizado.

La respuesta que se obtiene del vehículo está directamente ligada a las frecuencias involucradas en la señal de entrada (en este caso sería la carga aerodinámica). Para mostrar esto se genera un modelo muy simple del vehículo (ver Figura 8)) que representa un cuarto del mismo, donde M_2 representa la parte correspondiente de la masa del vehículo (en este caso 1/4) y M_1 representa la masa de la rueda y los elementos asociados.

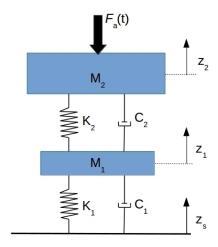


Fig. 8: Esquema del modelo.

El modelo físico planteado se traduce en el siguiente sistemas de ecuaciones diferenciales:

$$M_2\ddot{z}_2 = F_z(t) - C_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - K_2(z_2 - z_1),$$
 (9)

$$M_1 \ddot{z}_1 = -F_z(t) + C_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + K_2 (z_2 - z_1) - C_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_0) - K_1 (z_1 - z_0) - M_1 g,$$
(10)

donde K_i y C_i son las constantes elásticas y de amortiguación de cada sistema y g es la aceleración de la gravedad.

Para realizar las simulaciones con el modelo propuesto (ecs. (9) y (10)) se definieron los valores de las constantes (ver Tabla 1) de forma que represente a un auto de competición.

TABLA 1: PARÁMETROS DEL MODELO.

Denominación	Símbolo	Valor
Masa Vehículo (1/4)	M_2	200 kg
Masa rueda y susp. (1/4)	M_1	30 kg
Rigidez Suspensión	K_2	35000 N/m
Rigidez neumático	K_1	135000 N/m
Amortiguación susp.	C_2	3000 Ns/m
Amortiguación cubierta	C_1	100 Ns/m

La fuerza externa se definió como $F_z(t) = A + B\sin(2\pi ft)$), con frecuencias f que varía entre 0,5 Hz hasta 6 Hz. En la Figura 9 se presentan los desplazamientos obtenidos en función del tiempo para las distintas frecuencias. En estos resultados queda claro que las frecuencias mas altas no afectan el desplazamiento. Esto se verificó en forma experimental, donde se comprobó que las frecuencias mayores a 3 Hz son *filtradas* por el sistema de suspensión del vehículo.

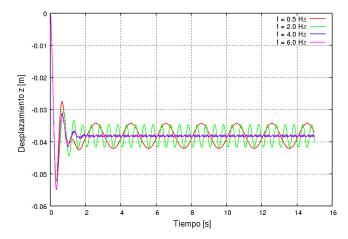


Fig. 9: Respuesta del sistema a las cargas. (Desplazamiento Z_2)

Análisis de la señal.

Las fuerzas aerodinámicas obtenidas mediante CFD muestran la existencia de perturbaciones con distintas frecuencias, la mayor parte de estas son de altas frecuencias (respecto a los 3 Hz tomados como límite). Por este motivo se propone, mediante un análisis de Fourier, identificar las mismas y sólo quedarnos con la parte de la señal que nos interesa.¹

Como se trata de una señal discreta se utiliza la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Aplicando la FFT a la carga aerodinámica simulada para el tren delantero del vehículo (Figura 6) se obtiene el espectro que se muestra en la Figura 10.

 $^{^{1}\}mathrm{La}$ simulación fue de 1 s, por lo tanto la mínima frecuencia esperable es de 1 Hz.



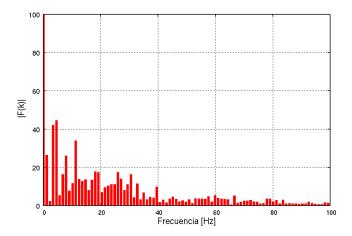


Fig. 10: Espectro de frecuencia.

Una vez obtenida la transformada discreta de la señal, la misma se reconstruye eliminando frecuencias altas. En la Figura 11 se muestran las fuerzas reconstruidas donde se eliminaron la frecuencias mayores a 10Hz, mayores a 5Hz y mayores a 3Hz, y se las compara con la señal original.

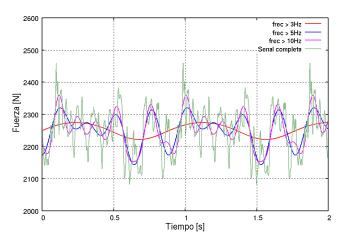


Fig. 11: Fuerzas reconstruidas con el filtrado en función del tiempo.

Las señales obtenidas mediante el filtrado se aplicaron al modelo matemático del vehículo y se analizaron las respuestas en desplazamiento (Z_2) . Estos resultados (Figura 12) ratifican que las frecuencias mayores a 3 Hz son filtrados por el sistema de suspensión del vehículo. En la figura se puede observar que las cuatro respuestas prácticamente coinciden.

Del resultado mostrado en la figura anterior también se debe hacer notar que, si bien la respuesta varía en el tiempo, la amplitud de la misma es menor a 2mm. Para un vehículo de las características del que estamos analizando, esa amplitud se puede considerar despreciable. El valor medio del desplazamiento obtenido es de -37.3 mm. Aplicando la fuerza constante en el tiempo cuyo valor es la media de la fuerza obtenida con el CFD (o la frecuencia 0 de la FFT), para este caso $F_{zd} = -2250\,\text{N}$, se obtiene un desplazamiento de $-37.1\,\text{mm}$.

A partir del análisis de los resultado obtenidos con el análisis previo se puede concluir que en el caso de vehículos de competición con características similares (categoría TC2000) la *Down force* se puede tomar como constante. Para los resultados obtenidos en la simulación se tomaría:

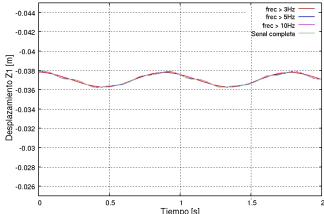


Fig. 12: Desplazamiento en función del tiempo.

$$F_{zd} = -2250 \,\mathrm{N}$$
 \Rightarrow $z_d = -37.1 \,\mathrm{mm},$
 $F_{zt} = -1187 \,\mathrm{N}$ \Rightarrow $z_t = -19.1 \,\mathrm{mm}.$

Resistencia aerodinámica

La fuerza de resistencia aerodinámica se puede analizar de la misma forma que se hizo en el apartado anterior, sin embargo no es tan crítica su dependencia con el tiempo como en el caso de la *Down force*. Esto se debe a que las fuerzas de inercia son muy grandes y las frecuencias que se pueden notar son muy bajas y escapan a un análisis como el propuesto en este trabajo. Por lo tanto se toma directamente el valor medio del resultado mostrado en la Figura 6, siendo en este caso:

$$F_x = 1672 \,\mathrm{N}.$$

Altura e incidencia del vehículo

Como se ha mostrado en el apartado anterior, las cargas aerodinámicas generadas por el vehículo producen una modificación en la posición del mismo, tanto en altura como en incidencia. Este cambio en la posición puede ser completamente despreciable en vehículos de calle, sin embargo, y dada la poca distancia del piso del auto al suelo de los vehículos de esta categoría, esto se debe tener en cuenta si se quiere obtener un resultado correcto.

Para tener en cuenta el cambio de posición del vehículo con la carga aerodinámica se implementó la siguiente metodología:

- 1. Cálculo en la posición original
- 2. Modificar la altura y ángulo
- 3. Continuar el cálculo
- 4. Repetir hasta alcanzar convergencia

Cálculo de la posición

Una vez obtenidas las cargas aerodinámicas, con los datos de la rigidez del conjunto de la suspensión y de la cubierta, se calcula el desplazamiento en los puntos de anclaje del chasis, correspondiente al eje delantero y trasero. Para evitar oscilaciones y mejorar la convergencia del algoritmo se aplica una relajación de las alturas, de forma que:

 $z_d^{n+1} = z_d^{trial} \omega + z_d^n (1 - \omega), \qquad (11)$

$$z_t^{n+1} = z_t^{trial} \boldsymbol{\omega} + z_t^n (1 - \boldsymbol{\omega}). \tag{12}$$

donde z_d^{n+1} es la altura del chasis en el eje delantero en la iteración n+1, z_t^{n+1} es la altura del chasis en el eje trasero y el superíndice trial es la altura calculada sin relajar. Como parámetro de relajación ω se adopta un valor de 0,5.

Cabe aclarar que para realizar este cálculo, a las fuerzas aerodinámicas totales se le deben quitar las fuerzas aerodinámicas producidas por las ruedas y el eje trasero.

Movimiento de la geometría

Una forma de realizar el proceso iterativo descripto previamente consiste en modificar la geometría y remallar en cada paso, sin embargo esto resulta excesivamente costoso, y es difícil de automatizar. En este trabajo se implementó una algoritmo para mover la malla sin necesidad de remallado. El algoritmo implementado se puede ver en detalle en (Sacco et al., 2006), y consiste en tres pasos; en el primero de ellos se mueven los nodos de la superficie, esto degenera los elementos que contienen estos nodos. En un segundo paso se aplica un suavizado Laplaciano que reubica los nodos acompañando el movimiento de los nodos de la superficie. En el tercer paso se aplica un algoritmo de optimización para maximizar una métrica de los elementos, esto mejora sustancialmente la calidad de los elementos de la malla deformada.

Ejemplo

A modo de ejemplo, y para demostrar la importancia de tener en cuenta el cambio de posición del vehículo, se realizó una simulación del Ford Focus a una velocidad de 230 km/h, en condiciones estándar.

Se toma la posición del vehículo en reposo para el inicio de la simulación. Los datos utilizados de la rigidez del sistema de suspensión y del neumático son: $K_2 = 150000 \,\text{N/m}$ y $K_1 = 200000 \,\text{N/m}$, respectivamente.

Inicialmente se simuló el vehículo hasta que la solución se consideró estabilizada (0,4 segundos) concluyendo el Paso 1, a partir de este punto se calcularon las fuerzas y se obtuvo la nueva posición del vehículo y se dio inicio al Paso 2, haciéndose un *restart* de la simulación anterior. Este procedimiento se repite hasta alcanzar convergencia. Los resultados obtenidos en la simulación completa se ven reflejados en la Tabla 2 para el tren delantero y en la Tabla 3 para el tren trasero.

TABLA 2: RESULTADOS PARA EL TREN DELANTERO.

Paso	F_{zd} [N]	z_d^{trial} [m]	z_d [m]
1	4580	-0.014	-0.007
2	5330	-0.017	-0.012
3	5021	-0.016	-0.014
4	5015	-0.016	-0.015

En los resultados se puede observar que la altura final es 15 mm menor que la altura inicial en el tren delantero y 8 mm en el tren trasero. Teniendo en cuenta que inicialmente el vehículo se encontraba a 40 mm, el valor encontrado es significativo.

Si se comparan las fuerzas calculadas sobre el tren delantero hay un incremento de F_{zd} cercano 10%, mientras que

TABLA 3: RESULTADOS PARA EL TREN TRASERO.

Paso	F_{zt} [N]	z_t^{trial} [m]	z_t [m]
1	2411	-0.0070	-0.0035
2	2280	-0.0090	-0.0063
3	2028	-0.0086	-0.0074
4	2081	-0.0088	-0.0081

en el tren trasero la carga F_{zt} disminuye un 13%. Este resultado contrasta notablemente con una variación del 1,5% en las fuerzas totales ($F_z = 6991 \,\mathrm{N}$ (altura inicial) y $F_z = 7096 \,\mathrm{N}$ (altura final).

Esta diferencia se debe a un adelantamiento del centro de presiones inducido principalmente por el incremento en el ángulo de incidencia de la carrocería del auto que alcanza 0,16°.

En las Figuras 13 y 14 se pueden ver los contornos de velocidad y las líneas de corriente para un instante determinado de la simulación.

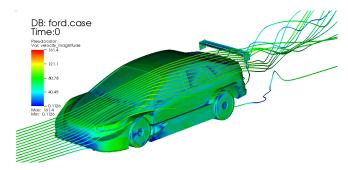


Fig. 13: Lineas de corriente.

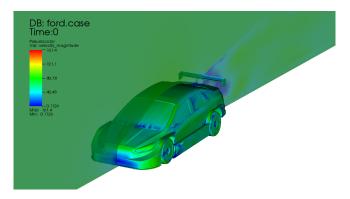


Fig. 14: Contornos de velocidad.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un análisis de la aerodinámica externa de un vehículo de competición. En la primera parte del trabajo se analiza el comportamiento transitorio de la *Down force* y la respuesta que se obtiene en el vehículo. En la segunda parte se muestra el tratamiento de las cargas aerodinámicas tomando en cuenta el efecto de las mismas sobre la posición del auto, mostrándose un esquema iterativo, que tras sucesivas modificaciones converge a una posición de equilibrio. A partir del ejemplo presentado se muestran diferencias de más de 10% en los valores de las cargas teniendo en cuenta la interacción de las cargas con el sistema de suspensión del auto.



REFERENCIAS

- Basara, B. y Tibaut, P. (2004). "Time Dependent vs. Steady State Calculations of External Aerodynamics". En: The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses, and Trains.
- [2] Codina, R. (2000). "Stabilization of incompressibility and convection throug horthogonal sub-scales in finite element methods". *Comput. Methods Appl. Engrg.*, 190:1579–1599.
- [3] Codina, R. (2001). "Pressure stability in fractional step finite element methods for incompressible flow". J. Comput. Phys., 170:112–140.
- [4] Codina, R., Vázquez, y Zienkiewicz, O. (1998). "A General Algorithm for Compressible and Incompressible Flow. Part III: The Semi-Implicit form". *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, pp. 13–32.
- [5] Sacco, C., Gonzalez, E., y Giuggioloni, F. (2005). "Cálculo de Aerodinámica de vehiculos de carreras". En: Cardonah, A., editor, *Proc*ceding MECOM 2005. pp. 1494–1507.
- [6] Sacco, C., Gonzalez, E., y Giuggioloni, F. (2006). "Análisis de la aerodinámica de un vehículo de competición". En: Cardona, A., editor, Mecánica Computacional. pp. 83–94.