LA GEOMETRÍA DEL PLANO EN LA ESCOLARIDAD OBLIGATORIA. ANÁLISIS DE UNA CLASE

PLANE GEOMETRY IN THE COMPULSORY EDUCATION. A CLASS AS A STUDY CASE

Marta Porras*

Este trabajo se desarrolla en el marco del proyecto de investigación “Diferentes tipos de interacciones en la Enseñanza de la Matemática. Segunda parte” de la Universidad Nacional del Comahue. Analizamos la segunda parte de una propuesta de enseñanza triángulos para 7º grado (alumnos de 11 ó 12 años), planteada con tareas de construcción geométrica.[1] En este caso se aborda en particular, la enseñanza de la propiedad de la desigualdad triangular.
Nos proponemos estudiar las condiciones de los problemas dados a los alumnos y el modo de control que ese *medio* exige. Analizamos tanto las decisiones de los alumnos cuando resuelven los problemas dados, como algunas intervenciones del docente en el acto de enseñanza. Intentamos poner en evidencia cómo esas decisiones de los actores mencionados condicionan la relación que se establece entre los alumnos y las nociones involucradas. La comprensión de las condiciones que favorecen que los alumnos establezcan una determinada relación con el conocimiento, puede ser útil al docente a la hora de la toma de decisiones en el acto educativo.
Para hacer nuestro estudio nos apoyamos elementos teóricos provenientes de la Didáctica de la Matemática en Francia.

Medio – Interacciones – Decisiones – Alumnos – Docentes

---

* Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad Nacional del Comahue, Argentina. CE: msporras@ciudad.com.ar

[1] El análisis de la primera parte de la propuesta ha sido publicado en la revista: *Yupana, Revista de Educación Matemática de la Universidad Nacional del Litoral*, (2007), [n4 . 07].

This work has been developed within the framework of the research project "Different types of interactions in Mathematics Teaching. Second part" in the Universidad Nacional del Comahue, where we analyze the second part of a proposal for teaching triangles in 7th grade (students aged 11 or 12 years), by means of geometrical construction assignments.

We intend to examine the conditions of the mathematical problems given to students and the control mode this milieu demands, as well as some of the teaching decisions involved in the educational act. We also analyze how the decisions taken by the students when solving the given problems make a condition of the relation they set up with the involved notions. The understanding of these relations may be useful in the decisions making of teachers during the educational act.

The background for this study takes theoretical elements from Mathematics Education Research in France.

Milieu – Interactions – Decisions – Students – Teachers

Introducción

Resultados de investigaciones anteriores nos permiten asegurar que los problemas de construcción geométrica, planteados bajo ciertas condiciones, constituyen una alternativa para las prácticas *ostensivas* en la enseñanza de la geometría.

Es deseable que el docente organice su clase con situaciones que exijan al alumno, para su resolución, la toma de decisiones en las que se involucre el conocimiento que se quiere enseñar. El alumno, entonces, podrá aceptar su responsabilidad sobre los resultados de las actividades planteadas en las situaciones de enseñanza, considerando sus acciones como una elección entre diversas posibilidades. Para que esto suceda, es necesario que el docente no sólo seleccione actividades de enseñanza apropiadas, sino que tome decisiones en el acto de enseñanza que favorezcan determinadas relaciones de los alumnos con el conocimiento involucrado.

En este escrito presentamos algunos resultados obtenidos a partir del trabajo conjunto con una docente de una escuela pública de Río Negro. Ese trabajo consistió, en una primera etapa, en la selección y análisis a priori de problemas para la enseñanza de la propiedad de la desigualdad triangular en 7º grado. En una segunda etapa la docente llevó a cabo la realización efectiva de la actividad con sus alumnos y en una tercera etapa hicimos un análisis a posteriori de lo sucedido, teniendo en cuenta, fundamentalmente, procedimientos de los alumnos e intervenciones del docente que favorecen avances en el proyecto de enseñanza. Intentamos poner de relieve, principalmente, dos aspectos en la enseñanza de un tema de geometría en el Nivel Primario: condiciones de la situación que favorezcan interacciones entre el alumno y el conocimiento que se quiere enseñar y características de la gestión que permitan dichas interacciones.

Algunos aportes de la teoría de Situaciones Didácticas

La teoría de Situaciones Didácticas[2] se constituye, para nosotros, en el instrumento que posibilitará la comprensión de algunas relaciones y regulaciones que se dan en la enseñanza de la matemática.

Un fenómeno didáctico presente en la enseñanza de la geometría

Numerosas investigaciones muestran que la enseñanza de la geometría es un terreno privilegiado para el ejercicio de las llamadas *prácticas ostensivas*. Ratsimba-Rajhon (1977 y 1992), Salin y Berthelot (1994), Fregona (1995), entre otros, estudiaron ese tipo de prácticas. En investigaciones anteriores a este trabajo[3] nosotros también hemos estudiado los modos de existencia de ese saber en la enseñanza obligatoria. En estas prácticas los saberes espacio-geométricos, en este caso, son concebidos como exteriores al sujeto y directamente legibles en la realidad y no ligados a una acción anticipadora del sujeto en el transcurso de la resolución de los problemas que se le proponen. Este tipo de prácticas podría traer como consecuencia la pérdida, para el alumno, del sentido de las nociones; la adquisición de aprendizajes segmentados, algorítmicos, ligados al reconocimiento visual, a la memorización de nombres y difícilmente reutilizables en otro contexto distinto del que fueron presentados.

[2] Brousseau (2007) llama *"**situación** a un modelo de interacción de un sujeto con cierto **medio**, que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este **medio** un estado favorable. (…) Hemos reservado el término **situaciones didácticas** para los modelos que describen la actividad del profesor y también del alumno. Desde la segunda acepción la situación didáctica es todo entorno del alumno, incluidos el docente y el sistema educativo".*

[3] Porras M. (2002); Porras M., Martinez R. (2007)

Una alternativa para las prácticas ostensivas

En geometría, una alternativa ante las prácticas ostensivas, es el trabajo con construcciones geométricas, o problemas de construcciones. En la resolución de problemas de construcción es necesario poner en juego las propiedades de las figuras para tomar ciertas decisiones en relación con la obtención del resultado. El alumno, puesto en condiciones de resolver una *situación a-didáctica*, tiene la posibilidad de interactuar con las propiedades de las figuras involucradas, hacer anticipaciones y modificar esas anticipaciones; adecuando el uso de las propiedades en cuestión a través de las retroacciones del *medio*. Es decir que no sólo las respuestas del docente, sino las respuestas del *medio* darán al alumno las pautas para organizar la validación de un problema de construcción.

La noción de "medio"

Usamos la noción de *medio*[4] que describe no sólo los "objetos" puestos a disposición del alumno, sino las relaciones didácticas de los actores- alumnos, docente. Intentamos discutir la eficacia del entorno propuesto por el docente para la enseñanza de las nociones geométricas; en este sentido analizamos las posibles consecuencias de las elecciones hechas por el docente en ese entorno –elección de los problemas, condiciones de los mismos, herramientas que poseen los alumnos para resolverlos, intervenciones del docente...– intentando explicitar qué informaciones puede tomar el alumno de ese entorno y qué sanciones pertinentes le da al alumno orientando sus elecciones y comprometiendo un determinado conocimiento. Fregona (1995) señala que el *medio* es "*el sistema antagonista del sistema enseñado. (...) El enseñante, en tanto que organizador de los juegos del alumno, debe tomar decisiones sobre los elementos de elección, sus* enjeux *y sus reglas. Este* medio *es llamado* medio material *(aunque no haya objetos concretos) y el alumno es un elemento de la modelización*". En contraposición, si el medio no fuera antagonista al sujeto, éste no utilizaría necesariamente al conocimiento para controlar la situación. Como lo expresa Fregona (1995), aunque el conocimiento podría "estar realizado" en la situación, no se constituiría en un medio de decisión, en este caso el *medio* material no "reaccionaría"

[4] En este trabajo, el término *medio* (escrito en letra cursiva) será usado en el sentido específico que se le da en la teoría de Situaciones Didácticas.

ante respuestas inadecuadas.

El docente crea condiciones en el *medio* cuando prepara las clases, durante el desarrollo de las mismas y después de que hayan transcurrido. Como lo expresa Fregona (2011), el docente antes de la *lección "decide en función de los propósitos de la enseñanza, del tiempo disponible para el tratamiento del tema, de los conocimientos que considera que están disponibles en la clase, de las condiciones de escolaridad e institucionales, cuál es la situación objetiva que propondrá a los alumnos"*. (…) *"Durante la lección* [el docente] *busca que el alumno interactúe con su medio tomando decisiones hacia la búsqueda de un estado que le sea favorable."* (…) *"Después de una lección y antes de la siguiente es posible analizar ciertas decisiones tomadas en la enseñanza efectiva y volver a la posición de profesor que prepara la lección para hacer avanzar los procesos de aprendizaje y también de enseñanza."*

Un problema para la enseñanza de la propiedad de la desigualdad triangular en 7º grado

A continuación analizaremos algunos aspectos de la clase llevada a cabo con alumnos de 7º grado en ocasión del estudio de la propiedad de la desigualdad triangular. Como lo señalé en la introducción, la clase se realizó en una escuela pública de General Roca, Río Negro. Hace varios años venimos trabajando con la docente que llevó a la práctica la propuesta; ha asistido a cursos de perfeccionamiento en enseñanza de la matemática, ha realizado pasantías en cátedras a mi cargo de didáctica de la matemática en la Universidad del Comahue, hemos realizado experiencias conjuntas – alumnos del Profesorado de Enseñanza Primaria, la docente, profesores de la cátedra de Didáctica de la Matemática. En esta oportunidad realizamos un trabajo colaborativo docente-investigador que contempló, al menos, tres etapas. En la primera, teniendo en cuenta el desarrollo de la planificación de la docente, nos abocamos a la selección y análisis a priori de problemas para la enseñanza de la propiedad de la desigualdad triangular en 7º grado. En una segunda etapa la docente llevó a cabo la realización efectiva de la actividad con sus alumnos y en una tercera etapa hicimos un análisis de lo sucedido, teniendo en cuenta, fundamentalmente, procedimientos de los alumnos, intervenciones del docente, el tratamiento de los errores de los alumnos.

En primer término presentaremos el problema y detallaremos algunas condiciones del mismo. Luego comentaremos el tratamiento del mismo en la clase.

La situación que hemos organizado es la siguiente:

Dados tres segmentos, construir un triángulo cuyos lados tengan esas longitudes. ¿Es siempre posible?

a) (5u, 4u, 5u)

b) (9,5u, 4u, 6u)

c) (3u, 4u, 5u)

d) (4u, 4u, 4u)

e) (7u, 2u, 4u)

Los alumnos están distribuidos en cinco grupos. Disponen de hojas lisas, regla, compás, escuadra, transportador escolar de ángulos (comprado en librerías).

Objetivos

Este problema tiene los siguientes objetivos:

- ✓ la formulación de la propiedad de desigualdad triangular,
- ✓ favorecer la elaboración de conjeturas y la reflexión sobre las mismas,
- ✓ favorecer la adopción del compás como instrumento privilegiado para construir triángulos dados los lados,
- ✓ cuestionar la figura típica de un triángulo, consistente en triángulos equiláteros o al menos isósceles, con un lado paralelo al borde inferior de la hoja.

Condiciones del problema

El problema busca crear las condiciones de una *situación a-didáctica.* Hay una terna que no permite la construcción de triángulos, por lo que exige pensar que no siempre se puede construir un triángulo dados tres lados. La propiedad de la desigualdad triangular estará presente como un “teorema en acto”; se espera que la pregunta acerca de la existencia de los triángulos favorezca la elaboración de conjeturas acerca de tal imposibilidad y su discusión favorezca la formulación de la propiedad triangular.

La longitud de los segmentos dados: se ha pensado en 5 ternas con las que será posible la construcción de triángulos y una terna con la que no será posible (7u, 2u, 4u). Con estas longitudes resultará “evidente” la imposibilidad de construcción. Se espera que esta condición dé la posibilidad de la instalación de un debate en la clase.

La pregunta: ¿Es siempre posible (la construcción), enfrenta a los alumnos a cuestionar la existencia de objetos geométricos. En general, en la escuela, se plantea problemas que tienen solución y en geometría no se ofrece la posibilidad a los alumnos de cuestionar la existencia de los objetos.

Los triángulos: Es posible construir un triángulo isósceles no equilátero; uno equilátero y dos triángulos escalenos, uno de ellos rectángulo, otro obtusángulo (9,5u, 4u, 6u). Este último resultará muy “estirado”, con lo que se espera producir una confrontación con la figura típica de triángulo.

Los instrumentos permitidos: Si el transporte de segmentos con compás no está cargado de sentido para los alumnos, es probable que intenten construirlos usando regla. En ese caso habrá que decidir en qué posición se colocará la regla para transportar los segmentos. Algunos triángulos no corresponden a figuras típicas del mismo, por lo que resultará muy difícil la construcción con la regla.

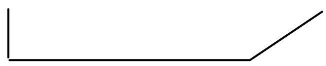
Análisis de la clase

La docente entregó una copia con el problema. Leyeron en conjunto la consigna. Los alumnos preguntaron cómo debían hacer las construcciones, la docente respondió que “usando los instrumentos de geometría que tienen en su caja de herramientas”. Pero antes de que comiencen a resolver la actividad, hizo una pregunta:

D (docente): - Si yo les doy tres lados cualesquiera. ¿Siempre pueden construir un triángulo?

A$_1$ (Alumno 1):- Sí se puede.

A$_2$:- A veces sí se puede, pero a veces no. A veces sí porque con tres rectas a veces se puede dibujar un triángulo isósceles o escaleno. A veces no, porque puede tener una recta vertical, una horizontal y una inclinada (hace seña con sus brazos a medida que explica) y no se puede construir el triángulo.

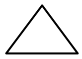
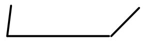


D: ¿Qué figura geométrica son los lados de los triángulos? (las señas que hacían con sus brazos daban la impresión de que estuvieran pensando en semirrectas).

Alumnos: Segmentos!!

La docente recuerda la noción de segmento.

A_3: -Con tres lados se puede obtener un triángulo así:

 pero si están así  no se puede construir.

D: - ¿De qué depende?

$A_{2\text{-}3}$:- De la posición.

A_4:- Sí se puede, porque un triángulo tiene tres lados.

A_5: - Seño, seño, yo estuve pensando, depende de la “forma” de los lados.

A_6:- Pero aunque tengan distintas medidas, se puede porque sería escaleno.

A_7:- Pero si un lado es muy largo y otro muy cortito no se puede. Por ejemplo, uno de 4 cm, 5 cm, 1 cm., no se puede.[5]

Otros A:- sí, sí (asintiendo lo que decía el A_7).

D:- Bueno prueben, antes de las consignas que les di, construyan, si se puede, un triángulo con las medidas que propone A_7.

A_8:- Seño se puede pero sobra.

A_9:- No se puede construir, queda abierto.

Se da un tiempo para que intenten construir el triángulo de 4, 5 y 1 que propuso un alumno; para escribir la respuesta a la pregunta del docente y luego se hace una puesta en común.

Las respuestas que dieron los alumnos se pueden agrupar en tres tipos:

- ✓ los que insistían en que dependía de la posición (le llamaban “posición” a la inclinación de la regla con respecto a los bordes de la hoja) y trataban de construirlo –usando regla– en distintas “posiciones”.
- ✓ los que afirmaban que sí se puede construir, pero cortaban un lado, es decir, cambiaban un dato;
- ✓ los que decían que no se puede porque queda “abierto”.
- ✓ No se pusieron de acuerdo en esta instancia. La docente indicó que dejaran sus respuestas en el cuaderno borrador, que resolvieran las consignas dadas al comienzo

[5] Cabe aclarar que en el ítem e) de la consigna dada por el docente, se plantea un caso similar al que propone el A_7. Este alumno instaura una discusión prevista por el docente antes de la resolución de la consigna.

de la clase y que luego retomarían esta discusión.

Algunas cuestiones para destacar en esta primera etapa de la actividad

La pregunta realizada por la docente, si bien no estaba planificada, fue el disparador de un debate que sirvió para poner en evidencia (expresar concepciones) que de no ser así hubieran quedado ocultas. Se explicitaron dos "teoremas en acto" y otro se dejó vislumbrar (erróneos) que si no hay oportunidad de confrontarlos, pueden permanecer por años, tal vez por toda la escolaridad, sin modificarse. Así, la idea de que siempre es posible construir un triángulo dados tres lados... ¡cueste lo que cueste! Esa idea es tan fuerte que algunos alumnos "cortaban" un segmento y decían que sí era posible; es decir era preferible aceptar que la construcción no respetase los datos a modificar la idea de que un triángulo es siempre construible. "Sí se puede, sería escaleno"; o dicho de otro modo: "Siempre se puede construir un triángulo, aunque sea escaleno". Teniendo en cuenta esa expresión podríamos pensar que ese alumno considera que los triángulos "propiamente dichos" son isósceles o equiláteros; pareciera que los triángulos escalenos son objetos extraños, que aparecen cuando se dan condiciones especiales. Este alumno podría aceptar que aún esos casos extraños son triángulos, pero no modificar la idea de la necesaria existencia. Otra concepción que se expresó en el debate fue que la forma o aún la existencia de un triángulo dependen de la posición del mismo. Algunos alumnos afirmaban que con los mismos datos se podía construir un triángulo en una posición, pero no en otra.

La formulación de estas "ideas" es el primer paso en el camino de la formulación de la propiedad que se quiere enseñar en esta clase. Aunque esto sucederá únicamente si las decisiones que tome el docente en el transcurso de la misma lo permiten y lo promueven. Al respecto, en este primer momento, podemos destacar el acierto al tiempo dedicado a esta parte de la actividad. Había transcurrido más de media hora para permitir tan solo la expresión de ideas que, como en este caso, pueden ser erróneas. También observamos una posición del docente que privilegia el "aprendizaje" por sobre la "enseñanza". La actitud más corriente es corregir esas ideas, explicarlas correctamente, "hacer entender" a los alumnos en qué están equivocados (si es que se dio la oportunidad de que salieran a luz); pero no es tan fácil para un docente esperar a que la confrontación de las mismas en otras actividades *sancione* (en el sentido de la teoría de situaciones) las formulaciones realizadas. La existencia de un cuaderno borrador de matemática, destinado a escribir las formulaciones a priori, da la pauta de que la posibilidad de los alumnos de expresar sus ideas está instalada en el contrato didáctico implícito.

Segundo momento de la actividad

Luego de que los alumnos resolvieron la actividad planteada en copias, se hizo otra puesta en común. Vamos analizar sólo dos casos para señalar algunas interacciones de los alumnos con las nociones y algunas decisiones del docente.

Análisis ítem b) (9,5u, 4u, 6u)

De los cinco grupos de alumnos, tres lo pudieron construir y dos no.

Los que no podían construirlo usaban sólo regla y colocaban alguno de los lados de menor longitud paralelo al borde inferior de la hoja. La dificultad consistía en concebir un triángulo “estirado” 

La figura típica de triángulo no les permitía elegir ubicar la regla en posiciones que permitieran la construcción. Esta construcción quedó “abierta” en el pizarrón hasta el final de la discusión del ítem, momento en que la docente retomó el procedimiento y los alumnos, después de escuchar la discusión posterior dijeron que sí se podía construir, usando compás y modificaron el triángulo del pizarrón.

Un grupo construyó el triángulo, usando regla y compás; el lado de 6u paralelo al borde inferior de la hoja (le llamaban base). Otro grupo dijo que su construcción era distinta, porque “la base” (el lado paralelo al borde inferior de la hoja) era el segmento de 4u. Todos coincidían en llamar “base” al lado paralelo al borde inferior de la hoja. Esta idea no se toma en esta clase; será necesario tenerlo en cuenta para organizar actividades que exijan a los alumnos su reconsideración. Una vez construidos la docente preguntó nuevamente si eran triángulos distintos. Los alumnos respondieron que sí, eran distintos. Preguntó qué pasaría si se recortaran y se superpusieran, que probaran hacerlo. Lo hicieron y oh! coincidían. Rápidamente cambiaron su afirmación: “bueno, son iguales pero están en posición distinta”.

Vemos que la sanción del medio, en este caso la superposición, exigió a los alumnos modificar la idea de congruencia, descartar, de algún modo, la posición como atributo necesario para que dos figuras sean congruentes. Suponemos que no será necesariamente un aprendizaje definitivo, es altamente probable que reaparezca en otras ocasiones. También en este momento se adoptó el compás como instrumento privilegiado en la construcción de triángulos dados tres lados. Fue “obvio”, después de la discusión, que el triángulo sí se podía construir; esta certeza obligó a los alumnos a usar el instrumento adecuado. Una vez más señalamos las acertadas decisiones del docente, tanto en no exigir el abandono del uso de la regla hasta que fuera una decisión de los alumnos, como a destinar tiempo, sin interferencia de ansiedades comunes en docentes, a la nueva consigna de construir en un papel glasé, recortar y superponer.[6] Se invirtió aproximadamente quince minutos de la clase en promover una confrontación que favoreciera la ruptura de una idea errónea.

Análisis ítem d) (7u, 2u, 4u)

Presentaremos aquí sólo la discusión de un grupo que formuló una conjetura falsa y las intervenciones del docente al respecto.

A₁:- No se puede, no pudimos en mi grupo, porque no alcanza.

A₂ (del mismo grupo): - El 7, 2 y 4 no se puede, queda abierto. Porque siempre la suma de los dos más chicos tiene que dar el más grande. Le falta para llegar a 7.

A₂ - No se pudo hacer porque hay diferencia del tamaño de los lados.

El alumno **A₂** expone que la suma de dos lados debe dar el tercero (y muestra que lo que le falta para que cierre su triángulo es aproximadamente 1u). Esta conjetura, si bien falsa, tiene el valor de atender a la relación entre las longitudes de los lados. Aún no saben cómo deben ser esas longitudes, pero ya han advertido que la existencia o no de los triángulos depende de esa relación, y no de la posición, como lo habían formulado en la primera parte de la clase. A esta altura ningún alumno mantiene la conjetura que liga la existencia a la posición. El docente toma la nueva conjetura y pone en evidencia contraejemplos que exigen modificarla; lo que da pie a la formulación de la propiedad correcta.

D: - Bueno, vamos a ver si lo que decís se cumple en todos los triángulos que han construido y escribe en el pizarrón: Suma los lados*: AB+BC .... CA.*

[6] No analizaremos, en esta instancia los alcances y límites de la noción de congruencia ligada a la acción de superponer.

Calculan esa relación en todos los triángulos y lo escriben en el pizarrón para cada caso*: AB+BC > CA.* La docente reorganiza la formulación de relaciones en el pizarrón y generaliza: "para poder construir un triángulo, la suma de dos lados cualesquiera debe ser mayor al tercero".

D:- Entonces, ¿cuándo puedo construir un triángulo?

A:- Cuando no hay mucha diferencia en los lados.

D:- ¿Qué hay que tener en cuenta?

A:- El tamaño de los lados.

A:- Que la suma de dos lados sea mayor que el tercero.

En la discusión queda claro que los alumnos prueban con las tres ternas de cada triángulo, aunque no en la formulación de la propiedad. El uso de cuantificadores en la formulación de proposiciones merecerá un tratamiento especial.

La clase duró 3 horas reloj y finalmente se institucionalizó la propiedad de la desigualdad triangular. La elaboración de la conjetura (errónea) de un grupo de alumnos teniendo en cuenta la relación entre los lados fue crucial para la formulación de la propiedad. Las retroacciones del medio –los triángulos no cerraban– exigió la revisión de procedimientos como el uso del compás y posibilitó involucrar relaciones pertinentes para justificar la no existencia. Tuvieron que desechar la idea de que la existencia de triángulos dependía de la posición en que se construyeran. Quedan aún cuestiones pendientes tales como clarificar el sentido de "base de triángulos".

Conclusiones

El análisis de la clase nos sugiere algunas cuestiones, que consideramos necesario tener en cuenta:

La resolución de un problema de construcción geométrica –con las características descriptas en este trabajo– requiere la utilización de las propiedades de la figura en cuestión y el establecimiento de relaciones adecuadas. Lo que no es "súbito" sino que se necesita un aprendizaje. Para arribar a la solución es necesario instaurar una práctica en relación con el dibujo no supeditada a la figura típica. El problema exige el establecimiento de relaciones adecuadas para la toma de decisiones pertinentes- aunque no sea necesariamente un razonamiento deductivo.

Para que el alumno logre darle sentido a la formulación de la propiedad que es parte del proyecto de enseñanza, el docente debe tomar decisiones en cuanto a sus intervenciones, el tiempo que deje a los alumnos para que conjeturen. El equilibrio entre "permitir" la explicitación y circulación de formulaciones incompletas o a veces erróneas y las intervenciones para que esas formulaciones se corrijan o mejoren aseguraría el "éxito" del acto didáctico.

Bibliografía

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* Argentina: Ed. Libros del Zorzal.

Fregona, D. y Orús Báguena, P.P. (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas. Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática.* Argentina: Ediciones Libros del Zorzal.

Fregona, D. (1995). *Les figures planes comme "milieu" dans l'enseignement de la géométrie: interactions, contrats et transpositions didactiques*. Francia: Thèse Université Bordeaux I.

Porras, M. y Martínez R. (2007). "Análisis de una clase de geometría, una experiencia de los alumnos con el hacer matemático". En *Yupana, Revista de Educación Matemática de la Universidad Nacional del Litoral,* [n4. 07], pp. 39-49, Argentina.

Porras, M. (2002). *Las construcciones y la enseñanza de la geometría: diferentes tipos de interacciones,* Tesis de Maestría, Universidad Nacional del Comahue, Argentina.

Puig Adam, P. (1961). "*Curso de geometría métrica*", Tomo 1 y 2. Fundamentos, Biblioteca Matemática, Madrid.

Ratsimba Rajobhn, H. (1.977). *Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques.* Memoire de D.E.A. Université de Bordeaux.

Salin M. H. y Berthelot R. (1994). "Phénomènes liés á l'insertion de situations a-didactiques dans l'enseignement élémentaire de la géométrie". En *Vingt ans de didactique des mathematiques en France.* France: La Pensée Sauvage Editions.